Лобанов Игорь Евгеньевич

ОБОБЩЁННАЯ ТЕОРИЯ ИНТЕНСИФИЦИРОВАННОГО ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ В КОЛЬЦЕВЫХ КАНАЛАХ С ТУРБУЛИЗАТОРАМИ НА ВНУТРЕННЕЙ ТРУБЕ НА БАЗЕ СЕМИСЛОЙНОЙ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2012/1/13.html

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

Альманах современной науки и образования Тамбов: Грамота, 2012. № 1 (56). С. 49-60. ISSN 1993-5552. Адрес журнала: <u>www.gramota.net/editions/1.html</u> Содержание данного номера журнала: <u>www.gramota.net/materials/1/2012/1/</u>

# © Издательство "Грамота"

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: <u>www.gramota.net</u> Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: <u>almanac@gramota.net</u>

#### Список литературы

- 1. Карташов Э. М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. М.: Высшая школа, 2001. 550 с.
- Першин И. М. Синтез распределённых систем управления // Динамика процессов и аппаратов химической технологии: тез. докл. II Всесоюзной конференции. Воронеж, 1990. С. 162-163.
- 3. Першин И. М. Частотный метод синтеза распределённых систем, характеризуемых уравнениями параболического типа // Изв. вузов. Серия «Приборостроение». 1991. Т. XXXIV. № 8. С. 55-60.
- 4. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. 736 с.
- 5. Чернышев А. Б. Исследование нелинейных распределенных систем управления температурными полями // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. Новочеркасск, 2004. Спец. выпуск. С. 57-60.
- **6. Чернышев А. Б.** Исследование нелинейных систем с распределенными параметрами. Кисловодск: Изд-во МИЛ, 2009. 208 с.
- Чернышев А. Б. Определение класса систем с распределенными параметрами для модификации частотного критерия абсолютной устойчивости // Инфоком-3: международная научно-техническая конференция. Ставрополь, 2008. С. 284-288.

### УДК 62

### Игорь Евгеньевич Лобанов

Московский авиационный институт (государственный технический университет)

## ОБОБЩЁННАЯ ТЕОРИЯ ИНТЕНСИФИЦИРОВАННОГО ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ В КОЛЬЦЕВЫХ КАНАЛАХ С ТУРБУЛИЗАТОРАМИ НА ВНУТРЕННЕЙ ТРУБЕ НА БАЗЕ СЕМИСЛОЙНОЙ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ<sup>©</sup>

### 1. Интенсификация теплообмена при турбулентном течении в кольцевых каналах

В современных теплообменных аппаратах широко используются теплообменные устройства с каналами, имеющими некруглое поперечное сечение, в частности, кольцевые каналы. Следует отметить, что в некоторых этих каналов теплообмен осуществляется не через всю омываемую поверхность. Кроме того, довольно часто тепловые потоки на различных поверхностях оказываются неодинаковыми: например, кольцевые каналы с внутренним или внешним обогревом, а также с двусторонним обогревом с разными тепловыми потоками.

Для создания наиболее компактных теплообменных аппаратов применяется интенсификация теплообмена.

Интенсификация теплообмена в кольцевых каналах достигается, в основном, двумя путями: турбулизацией потока и развитием поверхности теплообмена [3; 10]. Может применяться комбинация вышеупомянутых методов интенсификации.

Способ интенсификации теплообмена, связанный с развитием поверхности теплообмена, в большинстве случаев приводит к значительному увеличению стоимости труб по сравнению с гладкими трубами, в то же время он может быть неэффективен для определённых режимных и физических параметров процесса теплообмена, а именно: эти устройства для интенсификации теплообмена имеют значительные по сравнению с несущей трубой размеры, что делает невозможным их применение в узких кольцевых каналах; данные устройства целесообразно применять при малых плотностях теплового потока, когда термическое сопротивление оребрения несущественно - с ростом тепловых потоков эффективность оребрения резко падает; оребрение целесообразно применять только в том случае, когда коэффициент теплоотдачи снаружи трубы во много раз меньше коэффициента теплоотдачи внутри трубы; при больших плотностях тепловых потоков применение оребрения нецелесообразно; также эффективность оребрения резко снижается при использовании материалов с низкой теплопроводностью (например, для нержавеющих сталей); промышленное изготовление оребрённых труб гораздо сложнее, чем гладких, поэтому они обладают более высокой стоимостью по сравнению с тоследними.

Интенсификация теплообмена в кольцевых каналах посредством установки поверхностных турбулизаторов (Рис. 1) лишена соответствующих недостатков, присущих развитию поверхности теплообмена [Там же]. Интенсификация теплообмена путём турбулизации потока не требует существенного увеличения наружного диаметра труб и поэтому применима в любых кольцевых каналах. Изготовление турбулизаторов на наружной поверхности труб не связано со значительными технологическими трудностями. Наибольшее распространение получили турбулизаторы в виде колец из проволоки (Рис. 1*a*), надетых на гладкую трубу, проволочных спиралей, намотанных на трубу (Рис. 1*б*) или в виде треугольной нарезки (отдельные кольца или спирали) (Рис. 1*в*).

Интенсификация теплообмена путём турбулизации потока увеличивается с ростом числа Рейнольдса: при росте гидравлического сопротивления в 2,7÷5 раз максимальное увеличение теплоотдачи составляет 2÷2,5 раза [3].

<sup>49</sup> 

<sup>&</sup>lt;sup>©</sup> Лобанов И. Е., 2012





Резюмируя, можно сделать следующий вывод: оптимальным методом интенсификации теплообмена в кольцевых каналах является применение поперечного оребрения, который позволяет существенно интенсифицировать теплоотдачу при умеренном росте гидравлического сопротивления.

Учитывая вышесказанное, может быть поставлена следующая задача исследования: необходимо paspaботать методику расчёта теплообмена и гидравлического сопротивления для условий данного метода интенсификации теплообмена - установки периодически расположенных поверхностных турбулизаторов на внутренней трубе, - поскольку до настоящего времени этот метод интенсификации теплообмена исследовался преимущественно экспериментальным образом для отдельных частных задач.

#### 2. Математическая модель теплообмена в кольцевых каналах с турбулизаторами

Моделирование предельного изотермического теплообмена при турбулентном течении в кольцевых каналах за счёт турбулизации потока производится по методике, аналогичной методике, применённой для круглых труб с турбулизаторами [1; 4; 6]. При моделировании теплообмена для кольцевого канала, интенсифицированного посредством периодически расположенных поверхностных турбулизаторов на внутренней трубе, будут справедливы все допущения, характерные для круглых труб с турбулизаторами, указанные в [Там же].

Течение в кольцевом канале при наличии поверхностных турбулизаторов рассматривается как стабилизированное турбулентное течение (Рис. 2).

Турбулентный поток в кольцевом канале с турбулизаторами на внутренней трубе моделируется посредством семислойной схемы турбулентного пограничного слоя (Рис. 3). Подслои, расположенные от внутренней трубы до линии максимальной скорости условно классифицируем как внутренние, а от внешней трубы как внешние. Отличительной особенностью моделируемого течения в кольцевом канале с турбулизаторами на внутренней трубе (Рис. 3) от моделируемого течения в круглой трубе с турбулизаторами следует признать только в разнице определяющих параметров: скорость потока должна определяться по сечению кана-

ла, которое было бы при отсутствии турбулизаторов:  $\frac{\pi}{4} \left( d_2^2 - d_1^2 \right)$ ; эквивалентный диаметр:  $d_2 = \left( d_2 - d_1 \right)$ .



Рис. 2. Поперечное сечение кольцевого канала



Рис. 3. Разбиение потока в кольцевом канале с турбулизаторами на слои

Детерминируем вышеуказанное послойное деление потока в кольцевом канале с турбулизаторами, для которых справедливы следующие отношения турбулентной и молекулярной вязкостей профили скорости

соответственно  $\left(R \rightleftharpoons \frac{r}{r_2}; R_1 \rightleftharpoons \frac{r_1}{r_2}; R_m \rightleftharpoons \frac{r_m}{r_2}\right)$ 

1. Вязкий подслой (внутренний), расположенный в окрестности  $R \in \left| R_1; R_1 + \frac{5}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}} \right|$ :

$$\frac{\mu_T}{\mu} = \frac{\beta_1}{25} \operatorname{Re}^3 \left( R - R_1 \right)^3 \left( \frac{\xi}{32} \right)^{\frac{3}{2}}$$
(1)

$$\frac{W_x}{W_x} = \frac{\xi}{16} \operatorname{Re}(R - R_1)$$
(2)

2. Промежуточный подслой (внутренний), расположенный в окрестности  $R \in \left[ R_1 + \frac{5}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}}; R_1 + \frac{30}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}} \right]$ :

$$\frac{\mu_T}{\mu} = \frac{\text{Re}}{5} (R - R_1) \sqrt{\frac{\xi}{32}} - 1$$
(3)

$$\frac{\underline{w}_x}{\overline{w}_x} = 5\sqrt{\frac{\xi}{8}} \left[ 1 + \ln\left(\frac{\mathrm{Re}}{5}(R - R_1)\sqrt{\frac{\xi}{32}}\right) \right]$$
(4)

3. Вихревое ядро во впадине (внутреннее), расположенное в окрестности  $R \in \left[ R_1 + \frac{30}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}}; R_1 + \frac{h}{r_2} \right]$ :

$$\frac{\mu_T}{\mu} = \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \left( 1 - R_1 - \frac{h}{r_2} \right) \frac{h}{r_2} \frac{\text{Re}}{1 - R_1}$$
(5)

$$\frac{w_x}{w_x} = \sqrt{\frac{\xi}{8}} \left\{ 5.5 + \frac{1}{0.4} \ln \left[ \left( 1 - R_1 - \frac{h}{r_2} \right) \frac{h}{r_2} \frac{\text{Re}}{1 - R_1} \right] \right\}$$
(6)

4. Турбулентное ядро (внутреннее), расположенное в окрестности  $R \in \left| R_1 + \frac{h}{r_2}; R_m \right|$ :

$$\frac{\mu_T}{\mu} = \sigma \operatorname{Re} \tag{7}$$

$$\frac{w_x}{w_x} = \left[1.325\sqrt{\xi} + 1\right] \left(R - R_1\right)^{\sqrt{\xi}} \tag{8}$$

5. Турбулентное ядро (внешнее), расположенное в окрестности  $R \in \left| R_m; 1 - \frac{30}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}} \right|$ :

$$\frac{\mu_T}{\mu} = \sigma \operatorname{Re}$$

$$\frac{w_x}{w_x} = \left[1.325\sqrt{\xi} + 1\right] (1 - R)^{\sqrt{\xi}}$$
(10)

6. Промежуточный подслой (внешний), расположенный в окрестности  $R \in \left| 1 - \frac{30}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}}; 1 - \frac{5}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}} \right|$ :

$$\frac{\mu_T}{\mu} = \frac{\text{Re}}{5} (1 - R) \sqrt{\frac{\xi}{32}} - 1 \tag{11}$$

$$\frac{\underline{w}_x}{\overline{w}_x} = 5\sqrt{\frac{\xi}{8}} \left[ 1 + \ln\left(\frac{\operatorname{Re}}{5}(1-R)\sqrt{\frac{\xi}{32}}\right) \right]$$
(12)

7. Вязкий подслой (внешний), расположенный в окрестности  $R \in \left| 1 - \frac{5}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}}; 1 \right|$ :

$$\frac{\mu_T}{\mu} = \frac{\beta}{25} \operatorname{Re}^3 \left(1 - R\right)^3 \left(\frac{\xi}{32}\right)^{\frac{3}{2}}$$
(13)

$$\frac{w_x}{\overline{w_x}} = \frac{\varsigma}{16} \operatorname{Re}(1-R) \tag{14}$$

Число Нуссельта при стабилизированном течении для внутренней стенки Nu<sub>1∞</sub> кольцевого канала с двусторонним подводом тепла, согласно [9], равно:

$$Nu_{1\infty} = \frac{Nu_{11\infty}}{1 + Nu_{11\infty} (\Theta_{a.c1})_{\infty} \left(\frac{q_{c2}}{q_{c1}}\right)} = \frac{1}{(\Theta_{c11})_{\infty} + (\Theta_{a.c1})_{\infty} \left(\frac{q_{c2}}{q_{c1}}\right)}$$
(15)

где  $Nu_{11\infty} = \frac{1}{(\Theta_{c11})_{\infty}}$  - число Нуссельта при обогреве только внутренней стенки;  $\left(\frac{q_{c2}}{q_{c1}}\right)$  - заданное отно-

шение тепловых потоков при наружном и внутреннем обогреве соответственно.

Таким образом, для расчёта предельного теплообмена в кольцевом канале с турбулизаторами необходимо определить  $(\Theta_{c1})_{\infty}$  и  $(\Theta_{a.c1})_{\infty}$  для всего кольца, т.е. для выбранной семислойной схемы турбулентного пограничного слоя: для гладкой стороны - вязкий подслой (*i*=7), промежуточный подслой (*i*=6), турбулентное ядро (*i*=5), для интенсифицированной стороны - вязкий подслой (*i*=1), промежуточный подслой (*i*=2), вихревое ядро во впадине (*i*=3), турбулентное ядро (*i*=4).

Интегралы для  $(\Theta_{c11})_{\infty}$  и  $(\Theta_{a.c1})_{\infty}$ , согласно [Там же], равны:

$$\left(\Theta_{c11}\right)_{\infty} = \frac{2R_1}{\left(1 - R_1^2\right)\left(1 - R_1\right)} \int_{R_1}^{1} \frac{\left(\int_{R}^{1} \frac{W_x}{W_x} R dR\right)^2}{\left(1 + \frac{\Pr}{\Pr_T} \frac{\mu_T}{\mu}\right)R} dR$$
(16)

$$\left(\Theta_{a,c1}\right)_{\infty} = \frac{1}{\left(1 - R_{1}^{2}\right)\left(1 - R_{1}\right)} \times \int_{R_{1}}^{1} \frac{\frac{2}{\left(1 - R_{1}^{2}\right)} \left(\int_{R}^{1} \frac{w_{x}}{w_{x}} R dR\right)^{2} - \int_{R}^{1} \frac{w_{x}}{w_{x}} R dR}{\left(1 + \frac{\Pr}{\Pr_{T}} \frac{\mu_{T}}{\mu}\right) R} dR$$
(17)

При расчёте предельного теплообмена для круглой трубы с турбулизаторами в [2; 4; 5] было показано, что использование допущения  $\frac{W_x}{W_x} \cong 1$  незначительно влияет на окончательный результат расчёта теплооб-

мена - точно такой же вывод можно сделать и для предельного теплообмена для условий круглой трубы с турбулизаторами на внутренней трубе.

Последнее обусловливает виртуальность аналитического решения задачи о теплообмене для кольцевого канала с турбулизаторами на внутренней трубе с двусторонним подводом тепла.

Согласно принципу аддитивности, выражения для  $(\Theta_{c11})_{\infty}$  и  $(\Theta_{a.c1})_{\infty}$  примут вид:

$$(\Theta_{c11})_{\infty} = \sum_{i=1}^{7} \left[ (\Theta_{c11})_{\infty} \right]_{i}$$

$$(\Theta_{a.c1})_{\infty} = \sum_{i=1}^{7} \left[ (\Theta_{a.c1})_{\infty} \right]$$

$$(18)$$

$$(19)$$

После этого, для решения задачи о теплообмене для кольцевого канала с турбулизаторами на внутренней трубе с двусторонним подводом тепла необходимо решить вопрос о нахождении радиуса максимальной скорости  $r_m$  для данных условий течения.

Строго говоря, для этого необходимо решать уравнение количества движения для этих условий, что при современном состоянии математического моделирования представляется скорее эвентуальным, чем виртуальным подходом.

Другой подход заключается в использовании совокупности эмпирических зависимостей относительно такого рода течений. Так как в данном исследовании используется вполне обоснованное допущение  $\frac{W_x}{W_x} \cong 1$  и

радиус максимальной скорости располагается в области турбулентного ядра, то будет справедливо следующее:

$$\begin{bmatrix} (\Theta_{c11})_{\infty} \end{bmatrix}_{4} + \begin{bmatrix} (\Theta_{c11})_{\infty} \end{bmatrix}_{5} = \frac{2R_{1}}{(1-R_{1}^{2})(1-R_{1})} \begin{bmatrix} \frac{2R_{1}}{(1-R_{1}^{2})(1-R_{1})} \int_{R_{1}+\frac{h}{r_{2}}}^{R_{2}} \frac{\left(\int_{R}^{1} \frac{W_{x}}{W_{x}} RdR\right)}{(1+\frac{\Pr}{\Pr_{T}} \frac{\mu_{T}}{\mu}\right)} dR + \\ + \frac{2R_{1}}{(1-R_{1}^{2})(1-R_{1})} \int_{R_{m}}^{1-\frac{30}{N_{c}}\sqrt{\frac{52}{\zeta}}} \left(\int_{R}^{1} \frac{W_{x}}{W_{x}} RdR\right)^{2}}{(1+\frac{\Pr}{\Pr_{T}} \frac{\mu_{T}}{\mu})} dR \\ = \frac{2R_{1}}{(1-R_{1}^{2})(1-R_{1})} \int_{R_{1}+\frac{h}{r_{2}}}^{1-\frac{30}{N_{c}}\sqrt{\frac{52}{\zeta}}} \frac{\left(\int_{R}^{1} \frac{W_{x}}{W_{x}} RdR\right)^{2}}{(1+\frac{\Pr}{\Pr_{T}} \frac{\mu_{T}}{\mu})} dR \\ = \frac{2R_{1}}{(1-R_{1}^{2})(1-R_{1})} \int_{R_{1}+\frac{h}{r_{2}}}^{1-\frac{30}{N_{c}}\sqrt{\frac{52}{\zeta}}} \frac{\left(\int_{R}^{1} \frac{W_{x}}{W_{x}} RdR\right)^{2}}{(1+\frac{\Pr}{\Pr_{T}} \frac{\mu_{T}}{\mu})} dR$$

$$(20)$$

$$\begin{bmatrix} (\Theta_{a.c.1})_{\infty} \end{bmatrix}_{4} + \begin{bmatrix} (\Theta_{a.c.1})_{\infty} \end{bmatrix}_{5} = \frac{1}{(1-R_{1}^{2})(1-R_{1})} \times \\ \times \\ \int_{R_{1}+\frac{h}{r_{2}}}^{R_{m}} \frac{\frac{2}{(1-R_{1}^{2})} \left(\int_{R}^{1} \frac{W_{x}}{W_{x}} RdR\right)^{2} - \int_{R}^{1} \frac{W_{x}}{W_{x}} RdR}{W_{x}} dR + \\ \frac{1+\frac{\Pr}{\Pr_{T}} \frac{\mu_{T}}{\mu}}{R_{1}} RdR + \\ \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{\left(1 - R_{1}^{2}\right)\left(1 - R_{1}\right)} \left(\int_{R}^{1} \frac{w_{x}}{w_{x}} R dR\right)^{2} - \int_{R}^{1} \frac{w_{x}}{w_{x}} R dR}{w_{x}} R dR \\ = \frac{1}{\left(1 - R_{1}^{2}\right)\left(1 - R_{1}\right)} \left(\int_{R_{1}+\frac{h}{r_{2}}}^{1 - \frac{30}{R}} \frac{\sqrt{32}}{\xi} \frac{2}{\left(1 - R_{1}^{2}\right)} \left(\int_{R}^{1} \frac{w_{x}}{w_{x}} R dR\right)^{2} - \int_{R}^{1} \frac{w_{x}}{w_{x}} R dR}{w_{x}} R dR \\ = \frac{1}{\left(1 - R_{1}^{2}\right)\left(1 - R_{1}\right)} \int_{R_{1}+\frac{h}{r_{2}}}^{1 - \frac{30}{Re}\sqrt{\frac{32}{\xi}}} \frac{2}{\left(1 - R_{1}^{2}\right)} \left(\int_{R}^{1} \frac{w_{x}}{w_{x}} R dR\right)^{2} - \int_{R}^{1} \frac{w_{x}}{w_{x}} R dR}{\left(1 + \frac{\Pr}{\Pr_{T}} \frac{\mu_{T}}{\mu}\right)R} dR$$

$$(21)$$

Последние зависимости позволяют решить задачу теплообмена для всего турбулентного ядра, не определяя термического сопротивления отдельно для внутреннего и внешнего турбулентных ядер, не имеющих самостоятельного значения. После вычисления данных интегралов, в [4] были получены аналитические зависимости для  $\lfloor (\Theta_{c11})_{\infty} \rfloor_i$  и  $\lfloor (\Theta_{a.c1})_{\infty} \rfloor_i$  ( $\forall i = 1 \div 7$ ), которые в статье не приводятся в силу их крайней громоздкости. Эти решения можно найти только в специализированных изданиях (диссертации [Там же], монографиях [7; 8]).

При относительно больших расстояниях между отдельными турбулизаторами регулярные вихри будут занимать только небольшую часть расстояния между ними. Поэтому схема с вихревым ядром в этом случае не будет справедливой: в этом случае граница вихревого ядра во впадине будет не линия y = h, а линия  $h/R_0 = 30/\text{Re}\sqrt{\xi/32}\sqrt{n}$ . Следовательно, когда высота турбулизаторов меньше толщины промежуточной области, т.е. в случае  $h/R_0 \leq 30/\text{Re}\sqrt{\xi/32}\sqrt{n}$ , имеет место элиминирование вихревого ядра во впадине.

Более точно можно детерминировать статификацию внутреннего и внешнего турбулентных ядер потока

следующим образом: внутреннее турбулентное ядро  $\left(R \in \left[R_1 + \frac{h}{r_2}; R_m\right]\right)$ :

$$\frac{\mu_T}{\mu} = \frac{2}{5} \operatorname{Re} \sqrt{\frac{\xi}{32}} (1 - R + R_1) (R + R_1)$$
(22)

внешнее турбулентное ядро  $\left(R \in \left[R_m; 1 - \frac{30}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}}\right]\right)$ :

$$\frac{\mu_T}{\mu} = \frac{2}{5} \operatorname{Re} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \left( R + R_1 \right) \left( 1 - R + R_1 \right)$$
(23)

Поскольку окончательные выражения для отношения турбулентной вязкости к молекулярной для внутреннего и внешнего турбулентных ядер равны, поскольку от перемены сомножителей сумма неизменна, то и в этом случае остаются правомерными выражения (20) и (21). Окончательные соотношения для  $\left| \left( \Theta_{c11} \right)_{\infty} \right|_{4} + \left| \left( \Theta_{c11} \right)_{\infty} \right|_{5}$  и  $\left| \left( \Theta_{a.c.1} \right)_{\infty} \right|_{5}$  будут более точными, но и гораздо более громоздкими.

3. Сопоставление теоретических данных по интенсифицированному теплообмену для кольцевых каналов с турбулизаторами, полученных по семислойной схеме турбулентного пограничного слоя с экспериментальными данными

Расчётные значения для теплообмена для воздуха в кольцевом канале с турбулизаторами на внутренней трубе сравниваются с соответствующими экспериментальными данными различных авторов, наиболее полно представленными в [3; 10].



**Рис. 4.** Сравнение расчётных (сплошные линии) и экспериментальных [3; 10] (пунктирные линии) данных по теплообмену для кольцевых каналов с турбулизаторами на внутренней трубе с  $R_1=0,52$ ; Pr=0,72;  $Re=10^5$  в зависимости от относительного шага между турбулизаторами t/h, полученные по семислойной схеме потока ( $A - h/d_2=0,0492$ ;  $B - h/d_2=0,0328$ ;  $B - h/d_2=0,0264$ )

На Рис. 4 расчётные данные по теплообмену для канала  $R_1$ =0,52 для воздуха с Pr=0,72 при Re=10<sup>5</sup> в зависимости от относительного шага между турбулизаторами t/h, полученные по семислойной схеме потока сравниваются с экспериментом Фиерштейна и Рампфа для прямоугольных рёбер, приведённым в [Там же], для различных относительных высот турбулизаторов: А -  $h/d_3$ =0,0492; Б -  $h/d_3$ =0,0328; В -  $h/d_3$ =0,0264

$$\left(d_{9} = d_{2} - d_{1}; \frac{h}{r_{2}} = 2\frac{h}{d_{9}}(1 - R_{1})\right).$$

Как видно из Рис. 4, расчётные данные хорошо согласуются с экспериментом практически для всего представленного диапазона шагов между турбулизаторами; только в области широкого шага между турбулизаторами имеет место незначительное расхождение.

На Рис. 5-6 расчётные данные по теплообмену, полученные по семислойной схеме, потока сравниваются с экспериментом Клемма [Там же], проведённым при намотки проволоки, для канала  $R_1$ =0,60 для воздуха с Pr=0,72 при Re=10<sup>5</sup> в зависимости от относительного шага между турбулизаторами *t/h* сравниваются с экспериментом, приведённым в [Там же], для различных относительных высот турбулизаторов -  $h/d_3$ =0,0398 и  $h/d_3$ =0,298 соответственно.



**Рис. 5.** Сравнение расчётных (сплошная линия) и экспериментальных [3; 10] (пунктирная линия) данных по теплообмену для кольцевых каналов с турбулизаторами на внутренней трубе с  $R_1=0,60$ ; Pr=0,72;  $Re=10^5$  в зависимости от относительного шага между турбулизаторами t/h, полученные по семислойной схеме потока для  $h/d_3=0,0398$ 



**Рис. 6.** Сравнение расчётных (сплошная линия) и экспериментальных [3; 10] (пунктирная линия) данных по теплообмену для кольцевых каналов с турбулизаторами на внутренней трубе с  $R_1=0,60$ ; Pr=0,72;  $Re=10^5$  в зависимости от относительного шага между турбулизаторами t/h, полученные по семислойной схеме потока для  $h/d_3=0,0298$ 

Согласование теории с экспериментом и в этом случае можно признать хорошим.

В дальнейшем диапазон сопоставления теории с экспериментом был значительно расширен.

В Табл. 1 представлено обширное сопоставление полученных по сгенерированной в исследовании супермногослойной теории расчётных данных по интенсифицированному теплообмену в кольцевых каналах с турбулизаторами с экспериментальными (207 значений) для широкого диапазона определяющих параметров, из которого видна вполне удовлетворительная корреляция между ними.

Таблица 1. Сравнение теоретических данных по теплообмену, полученных по семислойной схеме турбулентного пограничного слоя, с экспериментом, приведённым в [3], для широкого диапазона чисел Рейнольдса, Прандтля и геометрических характеристик турбулизаторов для кольцевых каналов с турбулизаторами на внутренней трубе

$R_1$	ТЕПЛО-	h/d <sub>ə</sub>	t/d <sub>9</sub>	Re	Nu/Nu <sub>гл</sub>	
	НОСИ- ТЕЛЬ				ЭКСПЕ- РИМЕНТ	ТЕОРИЯ
0,79	вода	0,0294	0,294	$2 \cdot 10^4$	1,63	1,56
0,79	вода	0,0294	0,588	$2 \cdot 10^4$	2,04	1,89

0,79	вода	0,0294	0,588	$2 \cdot 10^4$	1,86	1,80
0,79	вода	0,0429	0,285	$2 \cdot 10^4$	2,12	1,82
0,79	вода	0,0429	0,571	$2 \cdot 10^4$	2,66	2,50
0,79	вода	0,0429	0,857	$2 \cdot 10^4$	2,32	2,42
0,78	вода	0,0697	0,1395	$2 \cdot 10^4$	2,11	2,06
0,78	вода	0,0697	0,209	$2 \cdot 10^4$	2,24	2,37
0,78	вода	0,0697	0,675	$2 \cdot 10^4$	2,28	2,36
0,78	вода	0,0697	1,28	$2 \cdot 10^4$	2,19	2,03
0,78	вода	0,0697	2,42	$2 \cdot 10^4$	1,85	1,77
0,78	вода	0,0697	4,76	$2 \cdot 10^4$	1,55	1,47
0,58	вода	0,0375	0,1625	$6 \cdot 10^4$	2,14	1,95
0,58	вода	0,0375	0,35	$6 \cdot 10^4$	2,19	2,10
0,58	вода	0,0375	0,662	$6 \cdot 10^4$	1,94	1,89
0,58	вода	0,0375	1,285	$6 \cdot 10^4$	1,57	1,74
0,58	вода	0,0375	2,54	$2 \cdot 10^4$	1,42	1,39
0,72	вода	0,0245	0,245	$6 \cdot 10^4$	1,90	1,81
0,49	воздух	0,031	0,363	$2 \cdot 10^4$	1,78	1,77
0,49	воздух	0,031	0,363	$2 \cdot 10^5$	2,92	2,81
0,51	воздух	0,0233	0,972	$6 \cdot 10^4$	1,50	1,61
0,51	воздух	0,0233	0,972	$1 \cdot 10^{5}$	1,50	1,64
0,51	воздух	0,0233	0,972	$6 \cdot 10^4$	1,50	1,61
0,51	воздух	0,0232	0,1935	$2 \cdot 10^5$	2,38	2,24
0,51	воздух	0,0232	0,1935	$6 \cdot 10^4$	2,58	2,68
0,51	воздух	0,0231	0,0972	$2 \cdot 10^5$	1,72	2,04
0,51	воздух	0,0231	0,0972	$1 \cdot 10^{5}$	1,97	1,88
0,51	воздух	0,0231	0,0972	$6 \cdot 10^4$	2,02	1,83
0,51	воздух	0,070	2,00	6·10 <sup>4</sup>	1,42	1,37
0,51	воздух	0,070	2,00	$1 \cdot 10^5$	1,38	1,45
0,51	воздух	0,068	0,972	$1 \cdot 10^5$	1,82	1,48
0,51	воздух	0,0675	0,193	$6 \cdot 10^4$	1,58	1,49
0,51	воздух	0,0675	0,193	$1 \cdot 10^5$	1,54	1,53
0,49	воздух	0,0186	0,0558	$6 \cdot 10^4$	1,86	1,73
0,49	воздух	0,0186	0,0558	$2 \cdot 10^5$	1,96	1,82
0,49	воздух	0,0186	0,093	$6 \cdot 10^4$	2,25	1,96
0,49	воздух	0,0186	0,093	$1 \cdot 10^5$	2,24	1,98
0,49	воздух	0,0186	0,093	$2 \cdot 10^5$	2,14	2,09
0,49	воздух	0,045	0,09	$1 \cdot 10^5$	2,08	1,74
0,49	воздух	0,0186	0,186	$6 \cdot 10^4$	1,96	1,87
0,49	воздух	0,0186	0,186	$1 \cdot 10^5$	1,96	1,90
0,49	воздух	0,0186	0,186	$2 \cdot 10^5$	1,96	1,96
0,62	воздух	0,0815	0,163	$6 \cdot 10^4$	2,16	1,89
0,62	воздух	0,0815	0,163	$1 \cdot \overline{10^5}$	2,16	2,06
0,62	воздух	0,0815	0,163	$2 \cdot 10^5$	2,16	2,16
0,66	воздух	0,0973	0,195	$1.10^{5}$	2,38	2,20
0,66	воздух	0,0973	0,195	$2 \cdot 10^5$	2,44	2,52
0,78	воздух	0,183	0,366	6·10 <sup>4</sup>	2,44	2,60
0,60	воздух	0,0398	0,08	$6 \cdot 10^4$	1,57	1,52
0,60	воздух	0,0398	0,08	$1 \cdot 10^5$	1,59	1,60

0,60	воздух	0,0398	0,08	$2 \cdot 10^5$	1,60	1,70
0,60	воздух	0,0398	0,16	$2 \cdot 10^4$	2,02	1,74
0,60	воздух	0,0398	0,16	$6 \cdot 10^4$	1,95	1,88
0,60	воздух	0,0398	0,16	$2 \cdot 10^4$	1,92	1,93
0,60	воздух	0,0398	0,20	$2 \cdot 10^4$	2,01	1,98
0,60	воздух	0,0398	0,20	6·10 <sup>4</sup>	1,96	2,11
0,60	воздух	0,0398	0,20	$1 \cdot 10^5$	1,95	2,20
0,60	воздух	0,0398	0,24	6·10 <sup>4</sup>	2,07	2,02
0,60	воздух	0,0398	0,24	$1.10^{5}$	2,00	2,14
0,60	воздух	0,0398	0,32	6·10 <sup>4</sup>	2,10	2,03
0,60	воздух	0,0398	0,32	$1 \cdot 10^5$	2,04	2,16
0,60	воздух	0,0398	0,40	$6.10^4$	2,14	1,97
0,60	воздух	0,0398	0,40	$1.10^{5}$	2,05	2,12
0,60	воздух	0,0398	0,48	$6 \cdot 10^4$	2,03	1,93
0,60	воздух	0,0398	0,48	$1.10^{5}$	2,00	2,07
0,60	воздух	0,0398	0,56	$6 \cdot 10^4$	1,97	1,88
0,60	воздух	0,0398	0,56	$1.10^{5}$	1,93	2,01
0,60	воздух	0,0398	0,64	1.10 <sup>5</sup>	1,90	2,09
0,60	воздух	0,0398	0,80	$2 \cdot 10^4$	1,85	1,63
0,60	воздух	0,0398	0,80	$6.10^4$	1,75	1,75
0,60	воздух	0,0398	0,80	$1 \cdot 10^5$	1,75	1,87
0,60	воздух	0,0299	0,06	$6.10^4$	1,58	1,50
0,60	воздух	0,0299	0,06	$1 \cdot 10^5$	1,58	1,55
0,60	воздух	0,0299	0,06	$2 \cdot 10^5$	1,58	1,63
0,60	воздух	0,0299	0,12	$6.10^4$	2,03	1,82
0,60	воздух	0,0299	0,12	$1 \cdot 10^5$	1,99	1,91
0,60	воздух	0,0299	0,12	$2 \cdot 10^5$	1,94	2,08
0,60	воздух	0,0299	0,18	$1 \cdot 10^5$	2,08	2,05
0,60	воздух	0,0299	0,24	$1 \cdot 10^{5}$	2,08	2,03
0,60	воздух	0,0299	0,24	$2 \cdot 10^5$	1,98	2,15
0,60	воздух	0,0299	0,319	$6 \cdot 10^4$	2,00	1,86
0,60	воздух	0,0299	0,319	$1 \cdot 10^{5}$	1,98	1,99
0,60	воздух	0,0299	0,319	$2 \cdot 10^5$	1,93	2,10
0,60	воздух	0,0299	0,36	$2 \cdot 10^4$	1,98	1,80
0,60	воздух	0,0299	0,36	$6 \cdot 10^4$	2,07	1,86
0,60	воздух	0,0299	0,36	$1 \cdot 10^{5}$	2,02	1,95
0,60	воздух	0,0299	0,36	$2 \cdot 10^5$	1,95	2,09
0,60	воздух	0,0299	0,48	$6 \cdot 10^4$	1,86	1,78
0,60	воздух	0,0299	0,48	$1 \cdot 10^{5}$	1,85	1,95
0,60	воздух	0,0299	0,48	$2 \cdot 10^5$	1,83	2,03
0,60	воздух	0,0299	0,638	$6 \cdot 10^4$	1,75	1,65
0,60	воздух	0,0299	0,638	$1 \cdot 10^{5}$	1,72	1,79
0,60	воздух	0,0299	0,638	$2 \cdot 10^5$	1,70	1,87
0,60	воздух	0,0299	0,72	$6 \cdot 10^4$	1,61	1,58
0,60	воздух	0,0299	0,72	1.10 <sup>5</sup>	1,60	1,64
0,60	воздух	0,0299	0,72	$2 \cdot 10^5$	1,59	1,76
0,60	воздух	0,0199	0,08	$2 \cdot 10^4$	1,76	1,56
0,60	воздух	0,0199	0,08	$6 \cdot 10^4$	1,88	1,79

0,60	воздух	0,0199	0,08	$1 \cdot 10^{5}$	1,88	1,85
0,60	воздух	0,0199	0,08	$2 \cdot 10^5$	1,89	1,96
0,60	воздух	0,0199	0,12	$2 \cdot 10^4$	1,88	1,66
0,60	воздух	0,0199	0,12	$6 \cdot 10^4$	2,02	1,89
0,60	воздух	0,0199	0,12	$1 \cdot 10^5$	2,00	1,95
0,60	воздух	0,0199	0,12	$2 \cdot 10^5$	1,98	2,06
0,60	воздух	0,0199	0,16	$6 \cdot 10^4$	2,05	1,87
0,60	воздух	0,0199	0,16	1.10 <sup>5</sup>	2,04	1,93
0,60	воздух	0,0199	0,16	2·10 <sup>5</sup>	2,02	2,06
0,60	воздух	0,0199	0,20	$6 \cdot 10^4$	1,99	1,85
0,60	воздух	0,0199	0,20	$1.10^{5}$	1,97	1,91
0,60	воздух	0,0199	0,20	$2 \cdot 10^5$	1,94	2,03
0,60	воздух	0,0199	0,24	$1.10^{4}$	1,91	1,94
0,60	воздух	0,0199	0,24	$2.10^{5}$	1,88	1,93
0,60	воздух	0,0199	0.32	$6.10^4$	1,78	1,73
0.60	воздух	0.0199	0.32	$1.10^5$	1.78	1.78
0.60	возлух	0.0199	0.32	$2.10^5$	1.76	1.89
0.60	возлух	0.0199	0.40	$2.10^{4}$	1.59	1.46
0.60	возлух	0.0199	0.40	$6.10^4$	1 69	1.67
0.60	возлух	0.0199	0.40	$1.10^5$	1.68	1.71
0.60	возлух	0.0199	0.40	$2.10^5$	1,60	1,80
0.60	возлух	0.0199	0.48	$6.10^4$	1,67	1,60
0.60	возлух	0.0199	0.48	$1.10^5$	1,64	1,68
0.60	возлух	0.0199	0.64	$2.10^4$	1 37	1 34
0.60	возлух	0.0199	0.64	$6.10^4$	1,57	1,57
0.60	возлух	0.0199	0.64	$6.10^4$	1,1,	1,59
0.60	воздух	0.0995	0.04	$2.10^4$	1.38	1.42
0.60	воздух	0.0995	0.04	$6.10^4$	1.64	1.68
0.60	возлух	0.0995	0.04	$1.10^5$	1.75	1.81
0.60	воздух	0.0995	0.04	$2.10^{5}$	1.92	1.85
0.60	воздух	0.0995	0.06	$2.10^{4}$	1.49	1.50
0.60	воздух	0.0995	0.06	$6.10^4$	1.81	1.78
0.60	возлух	0.0995	0.06	$1.10^5$	1.90	1.92
0.60	возлух	0.0995	0.06	$2.10^5$	2.01	1.95
0.60	возлух	0.0995	0.08	$2.10^{4}$	1.43	1.49
0.60	воздух	0.0995	0.08	$6.10^4$	1.78	1.76
0.60	возлух	0.0995	0.08	$1.10^5$	1.88	1.90
0.60	возлух	0.0995	0.08	$2.10^5$	1.98	1.93
0.60	возлух	0.0995	0.10	$2.10^4$	1.47	1.45
0.60	возлух	0.0995	0.10	$6.10^4$	1.78	1.71
0.60	возлух	0.0995	0.10	$1.10^5$	1.80	1.86
0,60	воздух	0,0995	0,10	$2.10^{5}$	1,85	1,89
0.60	воздух	0.0995	0.14	$2.10^{4}$	1.35	1.38
0,60	воздух	0,0995	0,14	$6.10^4$	1,69	1,78
0,60	воздух	0,0995	0,14	$1.10^{5}$	1,74	1,82
0,60	воздух	0,0995	0,14	$2.10^{5}$	1,83	1,84
0,60	воздух	0,0995	0,20	$2.10^{4}$	1,28	1,32
0,60	воздух	0,0995	0,20	6·10 <sup>4</sup>	1,54	1,57
1		1	1	-	-	

0,60	воздух	0,0995	0,20	$1 \cdot 10^5$	1,60	1,71
0,60	воздух	0,0995	0,20	$2 \cdot 10^5$	1,70	1,76
0,42	воздух	0,052	0,34	$1 \cdot 10^4$	1,92	1,86
0,42	воздух	0,043	0,167	$1 \cdot 10^4$	1,92	1,89
0,42	воздух	0,0425	0,065	$1 \cdot 10^4$	1,82	1,70
0,42	воздух	0,014	0,066	$1 \cdot 10^4$	1,28	1,21
0,33	воздух	0,01	0,1	6·10 <sup>4</sup>	2,00	2,09
0,33	воздух	0,01	0,1	1.10 <sup>5</sup>	2,02	2,18
0,33	воздух	0,0142	0,142	6·10 <sup>4</sup>	2,00	2,12
0,33	воздух	0,0142	0,142	$1.10^{5}$	2,02	2,26
0,33	воздух	0,02	0,142	6·10 <sup>4</sup>	2,08	2,21
0,33	воздух	0,0065	0,075	1·10 <sup>5</sup>	2,1	2,35
0,33	воздух	0,0065	0,075	$2 \cdot 10^5$	2,2	2,58
0,33	воздух	0,0080	0,120	$1.10^{5}$	2,15	2,45
0,33	воздух	0,0095	0,1425	$1.10^{5}$	2,28	2,59
0,33	воздух	0,0095	0,1425	$1.10^{5}$	2,4	2,86
0,52	воздух	0,0492	0,0575	$6 \cdot 10^4$	1,53	1,44
0,52	воздух	0,0492	0,0575	$1.10^{5}$	1,59	1,52
0,52	воздух	0,0492	0,0575	$2.10^{5}$	1,75	1,67
0,52	воздух	0,0492	0,0820	$6.10^4$	1,74	1,51
0,52	воздух	0,0492	0,0820	$1.10^{5}$	1,78	1,78
0,52	воздух	0,0492	0,0820	$2.10^{5}$	1,90	1,72
0,52	воздух	0,0492	0,123	$2.10^{5}$	2,29	2,13
0,52	воздух	0,0492	0,164	$1.10^{5}$	2,25	2,09
0,52	воздух	0,0492	0,164	$2.10^{5}$	2,34	2,36
0,52	воздух	0,0492	0,328	6·10 <sup>4</sup>	2,40	2,41
0,52	воздух	0,0492	0,328	$1.10^{5}$	2,40	2,43
0,52	воздух	0,0328	0,0575	$6 \cdot 10^4$	1,38	1,42
0,52	воздух	0,0328	0,0575	$1 \cdot 10^{5}$	1,40	1,47
0,52	воздух	0,0328	0,0820	$2 \cdot 10^5$	1,82	1,79
0,52	воздух	0,0328	0,123	$1 \cdot 10^{5}$	1,99	1,92
0,52	воздух	0,0328	0,123	$2 \cdot 10^5$	2,05	2,16
0,52	воздух	0,0328	0,164	$1.10^{5}$	2,16	2,05
0,52	воздух	0,0328	0,164	$2 \cdot 10^5$	2,20	2,30
0,52	воздух	0,0328	0,0328	6·10 <sup>4</sup>	2,03	1,99
0,52	воздух	0,0328	0,0328	1.10 <sup>5</sup>	2,026	2,14
0,52	воздух	0,0164	0,0575	6·10 <sup>4</sup>	1,41	1,55
0,52	воздух	0,0164	0,0575	$1.10^{5}$	1,49	1,55
0,52	воздух	0,0164	0,0820	$6 \cdot 10^4$	1,73	1,68
0,52	воздух	0,0164	0,0820	$1.10^{5}$	1,80	1,65
0,52	воздух	0,0164	0,0820	$2 \cdot 10^5$	1,92	1,76
0,52	воздух	0,0164	0,164	6·10 <sup>4</sup>	1,89	1,80
0,52	воздух	0,0164	0,164	$1 \cdot 10^{5}$	1,80	1,65
0,52	воздух	0,0164	0,164	$2 \cdot 10^5$	2,09	2,02
0,52	воздух	0,0164	0,328	$6.10^{4}$	1,68	1,70
0,52	воздух	0,0164	0,328	$1.10^{5}$	1,71	1,74
0,52	воздух	0,0164	0,328	$2 \cdot 10^5$	1,74	1,88
0,52	воздух	0,0164	0,492	$6.10^{4}$	1,49	1,60

-

0,52	воздух	0,0164	0,492	$1 \cdot 10^5$	1,52	1,63
0,52	воздух	0,0164	0,492	$2 \cdot 10^5$	1,59	1,74
0,52	воздух	0,0082	0,820	$6 \cdot 10^4$	1,63	1,73
0,52	воздух	0,0082	0,820	$1 \cdot 10^5$	1,71	1,89
0,52	воздух	0,0164	0,164	$6 \cdot 10^4$	1,50	1,63
0,52	воздух	0,0164	0,164	$1 \cdot 10^5$	1,54	1,78
0,52	воздух	0,0164	0,164	$2 \cdot 10^5$	1,59	1,84
0,50	воздух	0,0237	0,166	$1 \cdot 10^5$	2,00	1,82
0,50	воздух	0,0237	0,237	$1 \cdot 10^{5}$	1,63	1,82
0,50	воздух	0,0334	0,167	$6 \cdot 10^4$	1,91	1,83
0,50	воздух	0,0334	0,167	$1 \cdot 10^5$	1,93	1,91
0,50	воздух	0,0334	0,334	$6 \cdot 10^4$	1,82	1,83
0,50	воздух	0,0334	0,334	$1 \cdot 10^5$	1,90	1,91

## Основные выводы

В представленном разделе была разработана математическая модель течения и теплообмена для кольцевых каналов с турбулизаторами на внутренней трубе, основанная на семислойном моделировании турбулентного пограничного слоя. Получены аналитические решения задачи о теплообмене для кольцевого канала с двустороннем обогревом, интенсифицированного посредством периодически расположенных поверхностных турбулизаторов на внутренней трубе в зависимости от геометрических параметров канала, режимов течения теплоносителя, а также граничных условий теплообмена. Полученные результаты расчёта в зависимости от вышеуказанных параметров, вполне удовлетворительно согласуются с существующими экспериментальными данными и имеют перед последними неоспоримое преимущество, поскольку допущения, принятые при их выводе, охватывают гораздо более широкий диапазон определяющих параметров, чем ограничения, имеющиеся в экспериментах.

### Список литературы

- 1. Дрейцер Г. А., Лобанов И. Е. Моделирование изотермического теплообмена при турбулентном течении в каналах в условиях интенсификации теплообмена // Теплоэнергетика. 2003. № 1. С. 54-60.
- 2. Дрейцер Г. А., Лобанов И. Е. Моделирование теплообмена в кольцевых каналах с турбулизаторами с помощью семислойной модели турбулентного пограничного слоя // Доклады Академии наук. 2005. Т. 402. № 2. С. 184-188.
- 3. Калинин Э. К., Дрейцер Г. А., Ярхо С. А. Интенсификация теплообмена в каналах. М.: Машиностроение, 1972. 220 с.
- **4.** Лобанов И. Е. Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в каналах: дисс. ... д-ра техн. наук: 01.04.14. М., 2005. 632 с.
- 5. Лобанов И. Е. Моделирование теплообмена в кольцевых каналах с турбулизаторами с помощью семислойной модели турбулентного пограничного слоя // Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках: труды XV Школы-семинара молодых учёных и специалистов под руководством академика РАН А. И. Леонтьева. М.: МЭИ, 2005. Т. 1. С. 103-106.
- 6. Лобанов И. Е. Моделирование теплообмена и сопротивления при турбулентном течении в каналах теплоносителей в условиях интенсификации теплообмена // Труды Третьей российской национальной конференции по теплообмену: в 8-ми т. М., 2002. Т. 6. Интенсификация теплообмена. Радиационный и сложный теплообмен. С. 140-143.
- 7. Лобанов И. Е., Парамонов Н. В. Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена при течении в каналах на основе сложных моделей турбулентного пограничного слоя. М.: МАИ, 2011.
- 8. Лобанов И. Е., Штейн Л. М. Перспективные теплообменные аппараты с интенсифицированным теплообменом для металлургического производства: общая теория интенсифицированного теплообмена для теплообменных аппаратов, применяемых в современном металлургическом производстве: в 4-х т. М.: МГАКХиС, 2010. Т. III. Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в каналах с применением много-слойных, супермногослойных и компаундных моделей турбулентного пограничного слоя. 288 с.
- **9.** Петухов Б. С., Генин Л. Г., Ковалёв С. А. Теплообмен в ядерных энергетических установках. М.: Энергоатомиздат, 1986. 470 с.
- 10. Эффективные поверхности теплообмена / Э. К. Калинин, Г. А. Дрейцер, И. З. Копп и др. М.: Энергоатомиздат, 1998. 408 с.