

Воронин Владимир Сергеевич

**КОЭФФИЦИЕНТ КОРРЕЛЯЦИИ И НЕГАУССОВОСТЬ ИСТОРИИ ВЕРХОВ**

Адрес статьи: [www.gramota.net/materials/1/2009/11-2/3.html](http://www.gramota.net/materials/1/2009/11-2/3.html)

Статья опубликована в авторской редакции и отражает точку зрения автора(ов) по рассматриваемому вопросу.

Источник

**Альманах современной науки и образования**

Тамбов: Грамота, 2009. № 11 (30): в 2-х ч. Ч. II. С. 13-30. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: [www.gramota.net/editions/1.html](http://www.gramota.net/editions/1.html)

Содержание данного номера журнала: [www.gramota.net/materials/1/2009/11-2/](http://www.gramota.net/materials/1/2009/11-2/)

**© Издательство "Грамота"**

Информация о возможности публикации статей в журнале размещена на Интернет сайте издательства: [www.gramota.net](http://www.gramota.net)

Вопросы, связанные с публикациями научных материалов, редакция просит направлять на адрес: [almanac@gramota.net](mailto:almanac@gramota.net)

Е. Парнов отмечал: «Французские розенкрайцеры - каббалисты образовали вначале нечто вроде литературного общества, сыгравшего важную роль в становлении европейского символизма» [Парнов, 2006, с. 309]. По мнению Н. А. Бердяева, «от прикосновения Зла в русской душе произошел настоящий переворот ... в совершенно ином направлении, чем путь западной цивилизации ... это влияние раскрыло в русской душе буйные, дионисические, динамические, а иногда и демонические силы: культура и просвещение низвергли нормы, уничтожили перегородки, вскрыли революционную динамику» [Бердяев, 1910, с. 58].

В целом русская культура на рубеже XIX-XX веков развивалась в контексте европейской философско-поэтической мысли, являясь ее частью и отражением, но приобретая свою специфику: первостепенное внимание к метафизически понятой проблеме человека и предельным вопросам бытия, антимиметизм, усиливающуюся субъективизацию, лиризацию и повышенную эмоциональность художественного творчества, недогматическую религиозность, эстетизм, сознательное мифотворчество, общее тяготение эпохи к мировоззренческому синтезу. Утверждение декадентских настроений в Европе хронологически совпало с таким понятием в истории мировой культуры, как рубеж веков, который всегда воспринимался как особый период, концентрирующий в себе успехи и поражения, достижения и просчеты, старое и новое. Этот особый этап в социокультурной ситуации явился переломным моментом в истории европейского искусства, когда все отчетливее дает о себе знать ощущение исчерпанности старых художественных форм, когда ставится под сомнение традиционное понимание прекрасного, когда начинают колебаться основы художественного мироощущения. Именно на рубеже веков возникают различные учения (религиозные, философские, эстетические), пронизанные эсхатологизмом и отрицанием самого общества.

#### Список использованной литературы

1. Адамович Г. Мережковский // Мережковский Д. С. *Pro et contra. Личность и творчество Дмитрия Мережковского в оценке современников*. СПб.: Атлант, 2007.
2. Бердяев Н. А. Декадентство и мистический реализм // Бердяев Н. А. *Духовный кризис интеллигенции: статьи по общественной и религиозной психологии (1907-1909)*. СПб.: Общественная польза, 1910.
3. Бердяев Н. А. Мережковский: новое христианство // Типы религиозной мысли в России: собрание сочинений. Париж: YMCA-Press, 1989. Т. 3.
4. Волкогонова О. Религиозный анархизм Д. Мережковского // Философы России XIX-XX столетий: энциклопедия. 2-е изд. М.: Книга и бизнес, 1995.
5. Коган А. Б. Декадентство в жизни (заметки философа о кризисе буржуазной культуры). М.: Политиздат, 1966.
6. Коренева М. Д. Мережковский и немецкая культура // На рубеже XIX-XX веков. Л.: Наука, 1991. С. 65.
7. Кристиан Д. Символисты и декаденты. М.: Искусство, 2000.
8. Мережковский Д. С. Лев Толстой и Достоевский. М.: Наука, 2000.
9. Парнов Е. И. Собрание сочинений: в 2-х т. М.: Мир книги, 2006. Т. 1.
10. Элиаде М. Миф о вечном возвращении. Образы и символы. Священное и мирское // Элиаде М. Избранные сочинения / пер. с фр. А. А. Васильевой, Ю. Н. Стефанова, Н. К. Гарбовского; научн. ред. В. П. Калыгин, И. И. Шептунова; комм. Ю. Н. Стефанова. М.: Ладомир, 2000.

#### КОЭФФИЦИЕНТ КОРРЕЛЯЦИИ И НЕГАУССОВОСТЬ ИСТОРИИ ВЕРХОВ

Воронин Владимир Сергеевич

*Волжский гуманитарный институт (филиал) Волгоградского государственного университета*

#### **1. Коэффициенты корреляции сроков жизни и правления в России и Франции**

Формула корреляционного коэффициента г взаимосвязи двух величин:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n X_c Y_c}{\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n X_c^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n Y_i^2 - n Y_c^2}}$$

Иногда эту формулу записывают по-другому. Разделив числитель и знаменатель формулы на n, получим:  $r = C_{xy} / (\sigma_x \sigma_y)$

Здесь  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  - средние квадратические отклонения величин X и Y, а  $C_{xy}$  - ковариация двух данных рядов данных X и Y и  $C_{xy} = \frac{\sum X_i Y_i}{n} - X_c Y_c$

Коэффициент корреляции г обычно лежит в границах от минус единицы до плюс единицы, т.е.  $-1 \leq r \leq 1$ . С приближением к этим границам корреляционная связь становится все более сильной и переходит в функциональную. Когда коэффициент корреляции становится отрицательным, это означает, что с увеличением первого ряда данных X второй ряд данных Y уменьшается. Более дробное подразделение связей по степени интенсивности в зависимости от коэффициента г таково: 1)  $r = 0$  - связь отсутствует; 2)  $r < 0,3$  - слабая связь; 3)  $0,3 < r < 0,5$  - умеренная связь; 4)  $0,5 < r < 0,7$  - заметная; 5)  $0,7 < r < 0,8$  - сильная; 6)  $0,8 < r < 0,9$  - тесная; 7)  $r > 0,9$  очень сильная; 8)  $r = 1$  - функциональная зависимость. Как видно из самой формулы, она симметрична относительно X и Y.

Существует и еще один критерий вероятной связи между величинами X и Y. Если  $|r| \sqrt{n-1} \geq 3$ , то связь между ними достаточно вероятна. Оценка значительности коэффициента корреляции проводится также и по критерию Стьюдента. Чтобы выяснить находятся ли величины X и Y генеральной совокупности (ГС) в корреляционной линейной связи, надо проверить гипотезу о равенстве 0 коэффициента корреляции ГС:  $H_0: r_{\text{ген}} = 0$ . Выдвигается альтернативная гипотеза  $H_1: r_{\text{ген}} \neq 0$ . Задаются уровнем значимости данного коэффициента, скажем в  $\alpha \leq 0,05$ , означающим уровень ошибки. Определяют число степеней свободы, равное  $f = n - 2$ . И по таблице критических точек двустороннего критерия Стьюдента находят критическое значение. Если  $n < 100$ , определяют  $t_{\text{набл}}$  по формуле:

$t_{\text{набл}} = r / m_r$ , где - ошибка коэффициента корреляции. Если  $n < 100$ , то

$$m_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}. \text{ Если же } n > 100, \text{ то } m_r = (1-r^2) / \sqrt{n}$$

Если  $t_{\text{набл}} > t_{\text{кр}}$  то имеется корреляционная зависимость с вероятностью ошибки в 5% или уровнем надежности в 95%. В противном случае гипотеза зависимости отвергается.

Годы жизни и годы правления владык монархической России предположительно как-то связаны. В самом деле, в большинстве случаев, правление монарха обрывалось его смертью. Больше живший, больше и правил. Но это, конечно, в спокойные моменты истории. В «бунтавшие», смутные времена взаимосвязь утрачивала свою прямолинейность. Власть имущие и претенденты на нее всегда находились в центре потока истории, и она обращалась с ними довольно беспощадно. Л. Н. Толстой даже вывел такое правило, обратное повседневному представлению: «Царь - есть раб истории» [Толстой, т. 6, с. 11]. С нижеследующей таблицы мы начинаем наши вычисления коэффициентов корреляции для правителей различных стран. Это своего рода самая верхняя статистическая проверка их своеобразия.

Таблица 1

№	Правитель государства	Годы жизни	Годы правления
1	Василий III	1479-1534	1506-1534
2	Иван IV	1530-1584	1547-1584
3	Фёдор Иванович	1557-1598	1584-1598
4	Борис Годунов	1552-1605	1598-1605
5	Лжедмитрий I	1583-1606	1605-1606
6	Василий Шуйский	1553-1612	1606-1610
7	Михаил Фёдорович	1596-1645	1613-1645
8	Алексей Михайлович	1629-1676	1645-1676
9	Фёдор Алексеевич	1661-1682	1676-1682
10	Царевна Софья	1657-1704	1682-1689
11	Пётр Первый	1672-1725	1689-1725
12	Екатерина I	1684-1727	1725-1727
13	Пётр II	1715-1730	1727-1730
14	Анна Ивановна	1693-1740	1730-1740
15	Иван Антонович	1740-1764	1740-1741
16	Елизавета Петровна	1709-1761	1741-1761
17	Пётр III	1728-1762	1761-1762
18	Екатерина II	1729-1796	1762-1796
19	Павел I	1754-1801	1796-1801
20	Александр I	1777-1825	1801-1825
21	Николай I	1796-1855	1825-1855
22	Александр II	1818-1881	1855-1881
23	Александр III	1845-1894	1881-1894
24	Николай II	1868-1918	1894-1917

Скажем сразу, что перед нами упрощение реального состояния дел правления. На Фёдора Ивановича влияли лидеры различных боярских группировок, и более всего преуспел Борис Годунов. Следует иметь в виду, что дата рождения Лжедмитрия I неизвестна. Мы считаем его ровесником царевича Дмитрия. В данной таблице не нашли место годы 1610-1612, где правящим органом можно считать и семибоярщину, и королевича Владислава, и некоторое время (около полугода) Лжедмитрия II. Понятно, что в этом отрезке число лет жизни правителя и его очень короткое и призрачное время «правления» очень слабо коррелированы. Никак не отражён в нашей таблице и Бирон, имевший влияние на Анну Иоанновну, и, конечно же, ничем не правил младенец Иван Антонович. Мы учтываем и малый, и младенческий возраст правителей, их имена здесь всего лишь названия соотношения сил того или иного времени, но их жизнь и время правления, конечно, обусловлены меняющейся историей. Все они - выборка из некоторой ГС, в точности которую мы не знаем. Слова Николая I, что Россией правит столоначальник, в некотором смысле передают суть дела. Не столоначальник, а фаворит, временщик, премьер-министр, ранее Боярская дума с разной степенью самостоятельности.

Это подчёркивалось разными типами формул утверждения государственных постановлений: «Царь указал и бояре приговорили» или в правление Грозного «царь указал и бояре поговорили» [История Европы, с. 252]. Разумеется, правитель мог быть больным или же вынужденно отсутствовать, как скажем, в мае 1586 года, «когда правящие верхи сидели „от мужиков“ в осаде „в Кремли городе“, а царю Фёдору с царицей Ириной <...> пришлось покинуть столицу» [Там же, с. 341-342].

Для нашего приближённого анализа достаточно знать только разницу лет в годах. Более точный подсчет, конечно, потребовал бы помесячного учета и жизни, и времени правления самой властвующей особы и периодов зависимости монарха от своих учителей, регентов, фаворитов.

Для предварительной и быстрой оценки взаимосвязи двух изменяющихся величин существует и более простой способ определения корреляции двух рядов данных, предложенный немецким психиатром Г. Т. Фехнером (1801-1887) и основанный на сравнении средних величин с конкретными значениями данных. Если это значение больше средней величины, мы обозначаем его знаком «+», если меньше знаком «-». Подсчитывают число совпадений ( $a$ ) и несовпадений знаков ( $b$ ) и вычисляют коэффициент корреляции по формуле:  $k_c = \frac{a - b}{n}$ , где  $n$  - общее число наблюдений. Конечно же, эта модель взаимосвязи двух рядов данных даёт иные показатели их корреляции.

Вычислим коэффициент корреляции между годами жизни правителя и числом лет правления. Для этого составим таблицу, в которую в порядке следования монархов России в предыдущей таблице выпишем два ряда числовых величин и выполним расчеты. Две последних графы таблицы определяют знак соответствующих значений двух признаков относительно соответствующей им средней

**Таблица 1а**

№	Время жизни $X_i$	Время правления $Y_i$	$X_i Y_i$	$X_i^2$	$Y_i^2$	Знак $X_i$	Знак $Y_i$
1	55	28	1540	3025	784	+	+
2	54	37	1998	2916	1369	+	+
3	41	14	574	1681	196	-	-
4	53	7	371	2809	49	+	-
5	23	1	23	529	1	-	-
6	59	4	236	3481	16	+	-
7	49	32	1568	2401	1024	+	+
8	47	31	1457	2209	961	+	+
9	21	6	126	441	36	-	-
10	47	7	329	2209	49	+	-
11	53	36	1908	2809	1296	+	+
12	43	2	86	1849	4	-	-
13	15	3	45	225	9	-	-
14	47	10	470	2209	100	+	-
15	24	1	24	576	1	-	-
16	52	20	1040	2704	400	+	+
17	34	1	34	1156	1	-	-
18	67	34	2278	4489	1156	+	+
19	47	5	235	2209	25	+	-
20	48	24	1152	2304	576	+	+
21	59	30	1770	3481	900	+	+
22	63	26	1638	3969	676	+	+
23	49	13	637	2401	169	+	-
24	50	23	1150	2500	529	+	+
$\Sigma$	1100	395	20689	54582	10327		

Находим средние величины:  $X_c = 1100 / 24 \approx 45,83$ ;  $Y_c = 395 / 24 \approx 16,45$

Числитель выражения коэффициента корреляции равен:

$$20689 - 24 \times 45,83 \times 16,45 \approx 20689 - 18095 = 2594$$

Первый множитель знаменателя:  $\sqrt{54582 - 24(45,83)^2} \approx 64,60$ .

Второй множитель знаменателя:  $\sqrt{10327 - 24(16,45)^2} \approx 61,91$ .

Далее мы будем вести вычисления с округлением до сотых долей и вместо знака приближённого равенства писать знак точного равенства.

Получаем коэффициент корреляции  $r = (2594) / (64,60 \times 61,91) = 0,65$ .

Это достаточно высокий коэффициент прямой связи времени жизни правителя и периода его нахождения у власти.

Далее все результаты мы округляем до сотых долей и вместо приближенного равенства пишем точное. Проверим условие связи  $|r| \sqrt{n-1} \geq 3$ ,  $0,65 \sqrt{23} = 3,12 > 3$ . Используем теперь критерий Стьюдента. У нас  $n = 24$ ,  $t_{kp} = 2,22$ . И табличное значение  $t_{kp} = 2,07$ .

$m_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = 0,186$ .  $t_{набл} = r / m_r = 3,49$ . Поскольку  $t_{набл} > t_{kp}$ , то имеется значительная корреляционная

связь между интересующими нас величинами. Можно даже понизить уровень ошибки до 0,01, поскольку в этом случае, определяемый по таблице  $t_{kp} = 2,82$ , что меньше  $t_{набл}$ , что обеспечивает уровень надёжности результата в 99 %. Рассчитаем коэффициент Фехнера.

Имеем 18 совпадений и шесть несовпадений, отсюда:  $k_c = \frac{a - b}{n} = 0,5$ .

Это несколько меньше вычисленного по другой формуле коэффициента корреляции. Вычислим дисперсии и средние квадратические отклонения двух рядов данных.  $D(X) = \sum X_i^2 / n - X_c^2 = 54582 / 24 - (45,83)^2 = 173,56$  и  $\sigma_x = \sqrt{D(X)} = 13,17$ ;  $D(Y) = \sum Y_i^2 / n - Y_c^2 = 10327 / 24 - (16,45)^2 = 159,69$  и  $\sigma_Y = \sqrt{D(Y)} = 12,64$ ;  $\sigma_x - \sigma_Y = 0,53$ .

Для сравнения вычислим тот же коэффициент для правителей Франции, начиная примерно с того же времени. Мы пока не учитываем Ришелье и Мазарини, фактически правивших при Людовике XIII и Людовике XIV. Будучи более точным, нужно учитывать и момент равновесия сил королевской власти и парламента во время «парламентской Фронды» 1648-1649 гг. Вообще XVII век, в особенности его «ревущие сороковые» заслуживают подробного рассмотрения. Но сейчас мы лишь делаем попытку первого приближения, рассматриваем общую схему. Здесь мы считаем началом правления Наполеона 1799 год, когда он стал первым консулом, а концом - год битвы при Ватерлоо. Классиками марксистской теории Франция оценивалась как страна образцового феодализма, с точно такой же классической ясностью его ниспровергшая.

Таблица 2

№	Правитель государства	Годы жизни	Годы правления
1	Людовик XII	1462-1514	1498-1514
2	Франциск I	1494-1547	1515-1547
3	Генрих II	1519-1559	1547-1559
4	Франциск II	1544-1560	1559-1560
5	Карл IX	1550-1574	1560-1574
6	Генрих III	1551-1589	1574-1589
7	Генрих IV	1553-1610	1589-1610
8	Людовик XIII	1601-1643	1610-1643
9	Людовик XIV	1638-1715	1643-1715
10	Людовик XV	1710-1774	1715-1774
11	Людовик XVI	1754-1793	1774-1792
12	Наполеон I	1769-1821	1799-1815
13	Людовик XVIII	1755-1824	1815-1824
14	Карл X	1757-1836	1824-1830
15	Луи Филипп	1773-1850	1830-1848
16	Наполеон III	1808-1873	1852-1870

Составим расчетную таблицу для вычисления коэффициента корреляции и коэффициента Фехнера.

Таблица 2а

№	Время жизни, $X_i$	Время правления $Y_i$	$X_i Y_i$	$X_i^2$	$Y_i^2$	Знак $X_i$	Знак $Y_i$
1	52	16	832	2704	256	-	-
2	53	32	1696	2809	1024	+	+
3	40	12	480	1600	144	-	-
4	16	1	16	256	1	-	-
5	24	14	336	576	196	-	-
6	38	15	570	1444	225	-	-
7	57	21	1197	3249	441	+	-
8	42	33	1386	1764	1089	-	+
9	77	72	5544	5929	5184	+	+
10	64	59	3776	4096	3481	+	+
11	39	18	702	1521	324	-	-
12	52	16	832	2704	256	-	-
13	69	9	621	4761	81	+	-
14	79	6	474	6241	36	+	-
15	77	18	1386	5929	324	+	-
16	65	18	1170	4225	324	+	-
$\Sigma$	844	360	21018	49808	13386		

Средняя продолжительность жизни правителя и периода пребывания его у власти во Франции была заметно выше, чем в России:  $X_c = 844/16 = 52,75$ ;  $Y_c = 360 / 16 = 22,5$ . В целом во Франции они жили более спокойно, чем в России. Числитель выражения коэффициента корреляции равен:  $21018 - 844 \times 22,5 = 2028$ .

Первый множитель знаменателя:  $\sqrt{49808 - 16(52,75)^2} = 72,71$ . Второй множитель знаменателя:

$\sqrt{13386 - 16(22,5)^2} = 72,7$ . Поэтому коэффициент корреляции  $r = (2028) / (72,71 \times 72,70) = 0,38$ . Это уменьшенная взаимосвязь, предполагающая исключения, что как раз и подтверждает судьба Карла X, прожившего 79 лет и царствовавшего только шесть лет. Но обратной связи пока не наблюдается. Проверим условие связи  $|r| \sqrt{n-1} \geq 3$ .  $0,38 \sqrt{15} = 1,47 < 3$ . Как видим, условие вероятной связи не соблюдается. Проверим эту связь по критерию Стьюдента.  $f = n - 2 = 14$ , при уровне значимости 0,05,  $t_{kp} = 2,14$ . Вычислим  $t_{набл}$ . Имеем:

$$m_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = 0,247. t_{набл} = r / m_r = 1,54. \text{ Поскольку } t_{набл} < t_{kp}, \text{ то нет оснований говорить о высокой степени надёжности корреляционной связи.}$$

Можно сказать, что при этом уровне значимости гипотеза корреляционной связи отвергается. Однако при уровне надежности в 80%,  $t_{kp} = 1,345$ , поэтому на этом уровне корреляционная связь подтверждается.

Как видим, знаки совпадают только в десяти случаях, а в шести случаях не совпадают, поэтому:  $k_c = \frac{a-b}{n} = 0,25$ . Вычислим дисперсии и средние квадратические отклонения:  $D(X) = \sum X_i^2 / n - X_c^2 = 330,44$  и  $\sigma_x = 18,178$ . Аналогично:  $D(Y) = \sum Y_i^2 / n - Y_c^2 = 330,375$  и  $\sigma_y = 18,1762$ .

Как видим, степени рассеяния значений обоих признаков практически совпадают.

Теперь перейдём к уточнениям, связанным с семнадцатым веком. После убийства Генриха IV к власти приходит королева Мария Медичи и её фаворит Кончино Кончини, известный под именем маршала. Убит по приказу Людовика XIII герцогом Витри в 1617 году. Возраст д'Анкра мы можем оценить, исходя из косвенных данных, а именно из тех, что он, по всей видимости, был моложе своей супруги Леоноры Дози, которой в 1600 году было 27 лет [Муратов]. Будем считать, что ему в это время было 23 года.

Напротив, даты жизни де Люиня известны: Шарль д'Альбер, герцог де Люинь и пэр Франции родился в 1578 году и умер в 1621. После его смерти к власти приходит Ришелье, ставший кардиналом в 1622 году, а фактическим правителем Франции с 1624 года. Учтём ещё кардинала Мазарини, правившего Францией с 1643 по 1661 год. Причём, в годы Фронды его власть была сильно поколеблена. Ему приходилось дважды бежать из Парижа в период с 1650 по 1652 год. Поскольку одним из вождей Фронды принцев был принц Конде, мы именно его данные и учтём в эпохе Фронды, хотя, конечно, следовало как-то учесть ещё и парламент. Теперь преобразованная таблица правителей Франции имеет вид.

Таблица 26

№	Правитель государства	Годы жизни	Годы правления
1	Людовик XII	1462-1514	1498-1514
2	Франциск I	1494-1547	1515-1547
3	Генрих II	1519-1559	1547-1559
4	Франциск II	1544-1560	1559-1560
5	Карл IX	1559-1574	1560-1574
6	Генрих III	1551-1589	1574-1589
7	Генрих IV	1553-1610	1589-1610
8	Кончино Кончини	1577-1617	1610-1617
9	де Люинь	1578-1621	1617-1621
10	Людовик XIII	1601-1643	1621-1624, 1642-1643
11	Ришелье	1585-1642	1624-1642
12	Мазарини	1602-1661	1643-1650, 1653-1661
13	Принц Конде	1621-1686	1650-1652
14	Людовик XIV	1643-1715	1661-1715
15	Людовик XV	1710-1774	1715-1774
16	Людовик XVI	1754-1793	1774-1792
17	Наполеон I	1769-1821	1799-1815
18	Людовик XVIII	1755-1824	1815-1824
19	Карл X	1757-1836	1824-1830
20	Луи Филипп	1773-1850	1830-1848
21	Наполеон III	1808-1873	1852-1870

Как мы видим из расчётной Таблицы 2в, приводимой ниже, средняя продолжительность жизни правителя и периода пребывания его у власти теперь равны:  $X_c = 1108/21 = 52,76$ ;  $Y_c = 360 / 21 = 17,14$ . Первая величина оказалась очень устойчивой и изменилась всего на одну сотую, вторая, естественно, уменьшилась довольно значительно. Ведь число лет правления осталось тем же, а число управляющих возросло.

Таблица 2в

№	Время жизни, $X_i$	Время правления $Y_i$	$X_i Y_i$	$X_i^2$	$Y_i^2$	Знак $X_i$	Знак $Y_i$
1	52	16	832	2704	256	-	-
2	53	32	1696	2809	1024	+	+
3	40	12	480	1600	144	-	-
4	16	1	16	256	1	-	-
5	24	14	336	576	196	-	-
6	38	15	570	1444	225	-	-
7	57	21	1197	3249	441	+	+
8	40	7	280	1600	49	-	-
9	43	4	172	1849	16	-	-
10	42	4	168	1764	16	-	+
11	57	18	1026	3249	324	+	+
12	59	16	944	3481	225	+	-
13	65	2	130	4225	4	+	-
14	77	54	4158	5929	2916	+	+
15	64	59	3776	4096	3481	+	+
16	39	18	702	1521	324	-	-
17	52	16	832	2704	256	-	-
18	69	9	621	4761	81	+	-
19	79	6	474	6241	36	+	-
20	77	18	1386	5929	324	+	-
21	65	18	1170	4225	324	+	-
$\Sigma$	1108	360	20966	64212	10663		

Числитель выражения коэффициента корреляции равен:

$$20966 - 1108 \times 17,14 = 1974,88. \text{ Первый множитель знаменателя: } \sqrt{64212 - 21(52,76)^2} = 75,86.$$

$$\text{Второй множитель знаменателя: } \sqrt{10663 - 16(17,14)^2} = 67,03.$$

И  $r = (1974,88) / (75,86 \times 67,03) = 0,39$ . Таким образом, в данном случае коэффициент корреляции отличается замечательной устойчивостью и изменяется всего лишь на одну сотую. Проверьте сами, что в этом случае  $t_{\text{набл}} = r / m_r = 1,85 < t_{\text{кр}} = 2,09$  и говорить о связи данных параметров при уровне надёжности в 95 % не приходится. Для вычисления коэффициента Фехнера имеем 14 совпадений и 7 несовпадений знаков. Отсюда  $k_c = 0,33$ . Вычислим дисперсии и средние квадратические отклонения:

$$D(X) = \sum X_i^2 / n - X_c^2 = 274,09 \text{ и } \sigma_x = 16,55.$$

Аналогично:

$$D(Y) = \sum Y_i^2 / n - Y_c^2 = 213,98 \text{ и } \sigma_y = 14,63. \text{ И } \sigma_x - \sigma_y = 1,92.$$

В итоговой таблице мы приведём именно эти уточненные данные.

## 2. Другие страны

На международную арену Бранденбургско-Прусское государство выходит только к началу XVII века. Сначала курфюршество, затем (с 1701 года) королевство и империя (с 1871 года). Понятно, что к началу XVII века выросла средняя продолжительность жизни, а со второй половины этого века религиозная вражда католиков и протестантов утратила свои наиболее острые и кровавые формы. Мы должны здесь учесть и то, что «с 1871 года вплоть до отставки (17 марта 1890 года) фактическим правителем Германской империи был канцлер князь Отто фон Бисмарк» [Всемирная история, т. 18, с. 92]. Поэтому, хотя Вильгельм I царствовал до 1888 года, мы отводим ему урезанный срок правления. Два года до отставки Бисмарка отнимаются и от срока правления Вильгельма II.

**Таблица 3**

№	Правитель государства	Годы жизни	Годы правления
1	Георг Вильгельм	1595-640	1619-1640
2	Фридрих Вильгельм	1620-688	1640-1688
3	Фридрих I	1657-1713	1688-1713
4	Фридрих Вильгельм I	1688-1740	1713-1740
5	Фридрих II Великий	1712-1786	1740-1786
6	Фридрих Вильгельм II	1744-1797	1786-1797
7	Фридрих Вильгельм III	1770-1840	1797-1840
8	Фридрих Вильгельм IV	1795-1861	1840-1861
9	Вильгельм I	1797-1888	1861-1871
10	Бисмарк	1815-1898	1871-1890
11	Фридрих III	1831-1888	1888
12	Вильгельм II	1859-1941	1890-1918

Конечно, здесь могут быть и спорные моменты. Скажем, уже с 1866 года Бисмарк играл ведущую роль в управлении внешней политикой Пруссии. В расчётной Таблице За нулевым периодом царствования мы считаем пребывание у власти несчастного Фридриха III, долго ожидавшего своего тронного часа, наступившего так поздно. Смертельно больной раком, он правил всего лишь 99 дней, и «его короткое царствование не оставило никаких следов» [Рыжов, с. 590].

**Таблица 3а**

№	Время жизни X <sub>i</sub>	Время правления Y <sub>i</sub>	X <sub>i</sub> Y <sub>i</sub>	X <sub>i</sub> <sup>2</sup>	Y <sub>i</sub> <sup>2</sup>	Знак X <sub>i</sub>	Знак Y <sub>i</sub>
1	45	21	945	2025	441	-	-
2	68	28	1904	4624	784	+	+
3	56	25	1400	3136	625	-	-
4	52	27	1404	2704	729	-	+
5	74	46	3404	5476	2116	+	+
6	53	11	583	2809	121	-	-
7	70	43	3019	4900	1849	+	+
8	66	21	1386	4356	441	-	-
9	91	10	910	8281	100	+	+
10	83	19	1577	6889	361	+	-
11	57	0	0	4489	0	-	-
12	82	28	2460	6724	900	+	+
Σ	797	279	18992	55173	8467		

Средняя продолжительность жизни монарха составила  $X_c = 797 / 12 = 66,41$ . Среднее время правления  $Y_c = 279 / 12 = 23,25$ . После подстановки соответствующих значений находим:  $r = 0,22$ .

В данном случае знаки совпадают в десяти случаях, а в двух не совпадают, поэтому:  $k_c = \frac{a - b}{n} = 0,67$

Как видим, коэффициенты имеют значительное расхождение. Вычислим дисперсии и средние квадратические отклонения:  $D(X) = \sum X_i^2 / n - X_c^2 = 187,46$  и  $\sigma_x = 13,69$ . Аналогично:  $D(Y) = \sum Y_i^2 / n - Y_c^2 = 165,02$  и  $\sigma_Y = 12,85$ ;  $\sigma_x - \sigma_Y = 0,84$ .

Перейдем к Англии. Монархический принцип был значительно ослаблен в ней еще в средневековые Великой Хартией Вольностей 1215 года и большой самостоятельностью парламента, начиная с 1265 года. В богатый революциями и гражданскими войнами XVII век абсолютизм вынужден был отступить, а в XVIII и XIX веках монарх как политическая фигура означает меньше, чем премьер министр. Поэтому интенсивность политической борьбы за трон неуклонно понижается и почти сходит на нет, и следовало бы ожидать, что время правления монарха более прямолинейно связано с годами его жизни. Это подтверждается. Составим таблицу годов жизни и времени пребывания правителей Англии у власти.

Необходимо сделать следующие пояснения. Мы считаем Кромвеля правителем, начиная с 1649, когда обозначилось его явное лидерство, а не с 1653 года, когда он стал лордом протектором, не учитываем соправительницу Вильгельма Оранского Марию II и включаем в общий период правления Георга III последние 10 лет его сумасшествия. Совместим расчётную и биографическую таблицу.

Таблица 4

№	Правитель и годы жизни	Срок жизни $X_i$	Срок правления $Y_i$	$X_i Y_i$	$X_i^2$	$Y_i^2$	Зн. $X_i$	Зн. $Y_i$
1	Генрих VII 1457-1509	52	24 1485-1509	1248	2704	576	-	+
2	Генрих VIII 1491-1547	56	38 1509-1547	2128	3136	1444	-	+
3	Эдуард VI 1537-1553	16	6	96	256	36	-	-
4	Мария I 1516-1558	42	5 1553-1558	210	1764	25	-	-
5	Елизавета I 1533-1603	70	45 1558-1603	3150	4900	2025	+	+
6	Яков I 1566-1625	59	22 1603-1625	1298	3481	484	-	-
7	Карл I 1600-1649	49	24 1625-1649	1176	2401	576	-	+
8	Кромвель 1599-1658	59	9 1649-1658	531	3481	81	-	-
9	Карл II 1630-1685	55	25 1660-1685	1375	3025	625	-	+
10	Яков II 1633-1701	68	3 1685-1688	204	4624	9	+	-
11	Вильгельм III Оранский 1650-1702	52	13 1689-1702	676	2704	169	-	-
12	Анна 1665-1714	49	12 1702-1714	588	1521	144	-	-
13	Георг I 1665-1727	62	13 1714-1727	806	3844	169	+	-
14	Георг II 1683-1760	77	33 1727-1760	2541	5929	1089	+	+
15	Георг III 1738-1820	82	60 1760-1820	4920	6724	3600	+	+
16	Георг IV 1762-1830	68	10 1820-1830	680	4624	100	+	-
17	Вильгельм IV 1765-1837	72	7 1830-1837	504	5184	49	+	-
18	Виктория 1819-1901	82	64 1837-1901	5248	6724	4096	+	+
$\Sigma$		1070	413	27379	67026	15297		

Средняя продолжительность жизни  $X_c = 1070/18 = 59,44$ , а средний срок правления составляет  $Y_c = 413 / 18 = 22,94$ ; коэффициент корреляции:  $r = 3033,2 / (58,57 \times 76,32) = 0,68$

Проверим эту связь по критерию Стьюдента.

$f = n - 2 = 16$ , при уровне значимости 0,05,  $t_{kp} = 2,12$ . Вычислим  $t_{набл}$ . Имеем:

$m_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = 0,183$ .  $t_{набл} = r / m_r = 3,72$ . Поскольку  $t_{набл} > t_{kp}$ , то можно говорить о высокой степени надёжности корреляционной связи. Можно сказать, что при этом уровне значимости гипотеза корреляционной связи принимается. Найдем дисперсии и средние квадратические отклонения.

$$D(X) = \sum X_i^2 / n - X_c^2 = 190,56; \sigma_x = 13,8.$$

$$\text{Аналогично: } D(Y) = \sum Y_i^2 / n - Y_c^2 = 323,59; \sigma_Y = 17,32; \sigma_x - \sigma_Y = -3,52.$$

Число совпадений знаков - 10, несовпадений - 8. Поэтому  $k_c = \frac{a - \beta}{n} = 0,11$ .

Это большое расхождение с результатом, полученным по другой методике.

Проведем аналогичные подсчеты для Испании, начиная с 1504 года, времени правления Фердинанда II и кончая диктатором Примо де Ривера. Для Испании, пожалуй, как ни для какой другой страны, характерно правление не самих королей, а их жён и фаворитов. Очень ярким примером здесь может служить Филипп V, внук Людовика XIV, находившийся в первый период своего царствования под полным контролем деда и своей первой жены Марии Луизы, затем придворной итальянской партии и второй жены Елизаветы Фарназе. В последний период своего правления, он нуждался в певце Фаринелли, «ставшего совершенно необходимым для управления государством: послушав его, Филипп покорно шёл к столу и ставил свои подписи в тех местах, где ему показывали» [Рыков, с. 528]. Конечно, его «правление» нуждается в дробном рассмотрении, но мы оставляем эту задачу для читателя.

Таблица 5

№	Правитель и годы жизни	Срок жизни X <sub>i</sub>	Срок правления Y <sub>i</sub>	X <sub>i</sub> Y <sub>i</sub>	X <sub>i</sub> <sup>2</sup>	Y <sub>i</sub> <sup>2</sup>	Зн. X <sub>i</sub>	Зн. Y <sub>i</sub>
1	Фердинанд II 1452-1516	64	12 1504-1516	768	4096	144	+	-
2	Карл I 1500-1558	58	40 1516-1556	2320	3364	1600	+	+
3	Филипп II 1527-1598	71	42 1556-1598	2982	5041	1764	+	+
4	Филипп III 1578-1621	43	23 1598-1621	989	1849	529	-	+
5	Филипп IV 1605-1665	60	44 1621- 1665	2640	3600	1936	+	+
6	Карл II 1661-1700	39	35 1665-1700	1365	1521	1225	-	+
7	Филипп V 1683-1746	63	46 1700-1746	2898	3249 3969	2116	-	+
8	Людовик 1708-1724	16	1 1724	16	256	1	-	-
9	Фердинанд VI 1713-1759	46	13 1746-1759	598	2116	169	-	-
10	Карл III 1716-1788	72	29 1759-1788	2088	5184	841	+	-
11	Карл IV 1748-1819	71	20 1788-1808	1420	5041	400	+	-
12	Бонапарт Жозеф 1768-1844	76	5 1808-1813	380	5776	25	+	-
13	Фердинанд VII 1784-1833	49	19 1814-1833	931	2401	361	-	-
14	Изабелла II 1830-1904	74	35 1833-1868	2590	5476	1225	+	+
15	Амедей Савойский 1845-1890	45	3 1870-1873	135	2025	9	-	-
16	Альфонс XII 1857-1885	28	11 1874-1885	308	784	121	-	-
17	Альфонс XIII 1886-1941	55	37 1886-1923	2035	3025	1369	+	+
18	Примо де Ривера 1870-1930	60	7 1923-1930	420	3600	49	+	-
Σ		990	412	24883	59124	13884		

$$X_c = 990/18 = 55; Y_c = 412/18 = 22,89.$$

Вычисление остальных параметров, проверку по критерию Стьюдента поручаем читателю. Можете проверить их по данным итоговой таблицы.

Перейдем к Португалии. История этой маленькой страны была довольно бурной. Наряду с Испанией Португалия - одна из первых колониальных империй, но благосостояния стране это не принесло. Король Себастьян фактически не правил, а его первые самостоятельные решения, направленные на захват Марокко, привели его к гибели. В 1581 году Португалия попадает под власть Испании, и большую часть её колоний захватывают голландцы.

Жуан IV стал королём в результате антииспанского переворота, в организации которого не принимал участия: «Он должен был поневоле принять королевский титул, понимая что никогда не сможет доказать испанцам свою невиновность» [Там же, с. 172]. Его сын Альфонс VI фактически не успел поправить страной. Сначала в течение шести лет это делала его мать, затем граф Кастелло Мельора, а с 1667 - его брат Педро II, объявленный принцем-правителем.

Мария I с 1791 года впала в помешательство, и власть с 1792 взял в свои руки ее сын дон Жуан, будущий Жуан VI, который считался регентом до ее смерти.

В годы наполеоновских войн страна становится яблоком раздора между Англией и Францией. Жуан VI правил страной с перерывами, в 1808-1821 годах царствовал в Бразилии. В 1824 году его сын дон Мигел стал править от имени отца.

Таблица 6

№	Правитель и годы жизни	Срок жизни $X_i$	Срок правления $Y_i$	$X_i Y_i$	$X_i^2$	$Y_i^2$	Зн. $X_i$	Зн. $Y_i$
1	Мануэл I 1469-1521	52	26 1495-1521	1352	2704	676	+	+
2	Жуан III 1502-1557	55	36 1521-1557	1980	3025	1296	+	+
3	Себастьян 1554-1578	24	21 1557-1578	504	576	441	-	+
4	Энрике 1512-1580	68	2 1578-1580	136	4624	4	+	-
5	Филипп II 1527-1598	71	17 1581-1598	1207	5041	289	+	-
6	Филипп III 1578-1621	43	23 1598-1621	989	1849	529	-	+
7	Филипп IV 1605-1665	60	19 1621-1640	1140	3600	361	+	-
8	Жуан IV 1604-1656	52	16 1640-1656	832	2704	256	+	-
9	Альфонс VI 1643-1683	40	27 1656-1683	1080	1600	729	-	+
10	Педро II 1648-1705	57	22 1683-1705	1254	3249	484	+	+
11	Жуан V 1689-1750	61	44 1706-1750	2684	3721	1936	+	+
12	Жозе 1714-1777	63	27 1750-1777	1701	3969	729	+	+
13	Мария I 1734-1816	82	15 1776-1791	1230	6724	225	+	-
14	Педро III 1717-1786	69	9 1717-1786	621	4761	81	+	-
15	Жуан VI 1767-1826	59	34 1792-1826	2006	3481	1156	+	+
16	Педро IV 1812-1873	61	1 1826	61	3721	1	+	-
17	Мария II 1819-1853	34	23 1826-1828, 1834-1853	782	1156	529	-	+
18	Мигел 1802-1866	64	8 1828-1834	512	4096	64	+	-
19	Педро V 1837-1861	24	8 1853-1861	192	576	64	-	-
20	Луи III 1838-1889	51	28 1861-1889	1428	2601	784	+	+
21	Карл 1863-1908	45	19 1889-1908	855	2025	361	-	-
22	Мануэл II 1889-1932	43	2 1908-1910	86	1849	4	-	-
$\Sigma$		1135	437	22632	67652	11288		

Среднее время жизни  $X_c = 1135 / 22 = 51,59$ . Среднее время правления  $Y_c = 437 / 22 = 19,86$ . Находим  $r=0,018$ .

Очень малый коэффициент говорит о том, что связи между годами правления и количеством прожитых лет нет никакой. Подсчитаем коэффициент Фехнера. Сравниваем знаки данных относительно средних величин. Число совпадений знаков - 10, число несовпадений 12. И коэффициент Фехнера получается отрицательным. В некотором смысле для этой страны, чем больше среднего жил правитель, тем меньше он правил:  $k_c$

$$= \frac{a - b}{n} = -0,09.$$

Таким образом, этот коэффициент оказался наименьшим из возможных по абсолютной величине. Следует ожидать большой разброс в средних квадратических отклонениях двух рядов данных. Подсчитаем этот разброс:  $D(X) = \sum X_i^2 / n - X_c^2 = 414,37$  и  $\sigma_x = 20,36$

$$D(Y) = \sum Y_i^2 / n - Y_c^2 = 134,59$$
 и  $\sigma_y = 10,89$ ;  $\sigma_x - \sigma_y = 9,47$

Удивительно большой коэффициент корреляции обнаруживает наднациональное образование, именовавшееся с 1485 года «Священной Римской империей германской нации».

Можно подумать, что выборность императора, децентрализованность политической и экономической жизни, целый ряд случайных факторов «прореагировали» таким образом, что интересующие нас параметры обнаружили свою естественную связь. «Материально-политическим базисом для имперской политики» [История Европы, т. 3, с. 198]. Габсбургов стала территория Австрии, поэтому Австро-Венгерскую империю можно рассматривать как наследницу исчезнувшей «Священной Римской империи».

Таблица 7

№	Правитель и годы жизни	Срок жизни $X_i$	Срок и годы правления $Y_i$	$X_i Y_i$	$X_i^2$	$Y_i^2$	$Z_{H_i} X_i^2$	$Z_{H_i} Y_i^2$
1	Максимилиан I (1459 -1519)	60	33 (1486-1519)	1980	3600	1089	+	+
2	Карл V (1500-1558)	58	37 (1519-1556)	2146	3364	1369	+	+
3	Фердинанд I (1503-1564)	61	8 (1556-1564)	488	3721	64	+	-
4	Максимилиан II (1527- 1576)	49	12 (1564-1576)	588	2401	144	-	-
5	Рудольф II (1552-1612)	60	36 (1576-1612)	2160	3600	1296	+	+
6	Матвей (1557-1619)	62	7 (1612-1619)	434	3844	49	+	-
7	Фердинанд II (1578-1637)	59	18 (1619-1637)	1062	3481	324	+	-
8	Фердинанд III (1608-1657)	49	20 (1637-1657)	980	2401	400	-	-
9	Леопольд I (1640-1705)	65	47 (1658-1705)	3055	4225	2209	+	+
10	Иосиф I (1678-1711)	33	6 (1705-1711)	198	1089	36	-	-
11	Карл VI (1685-1740)	55	29 (1711-1740)	1595	3025	841	-	+
12	Карл VII (1697-1745)	48	3 (1742-1745)	144	2304	9	-	-
13	Франц I (1708-1765)	57	20 (1745-1765)	1400	3249	400	+	-
14	Иосиф II (1741- 1790)	49	25 (1765-1790)	1225	2401	625	-	+
15	Леопольд II (1747-1792)	45	2 (1790-1792)	90	2025	4	-	-
16	Франц (1768-1835)	67	43 (1792-1835)	2881	4489	1849	+	+
17	Фердинанд (1793-1875)	82	13 (1835-1848)	1066	6724	169	+	-
18	Франц Иосиф (1830-1916)	86	68 (1848-1916)	5848	7396	4624	+	+
19	Карл (1887-1922)	35	2 (1916-1918)	70	1225	4	-	-
$\Sigma$		1080	429	27410	64564	15505		

$X_c = 56,84$ ;  $Y_c = 22,58$ . После расчётов получим коэффициент корреляции  $r = 0,74$ . Условию достаточно вероятной связи величин  $X$  и  $Y$  этот коэффициент удовлетворяет, так как условие связи  $|r| \sqrt{n-1} \geq 3$ , Приверьте сами, что по критерию Стьюдента при уровне значимости 0,05 гипотеза взаимосвязи подтверждается.

Сравниваем знаки данных относительно средних величин. Число совпадений знаков - 12, число несовпадений 7. Коэффициент Фехнера:

$$k_c = \frac{a - \theta}{n} = 0,26. \text{ Подсчитаем дисперсии и средние квадратические отклонения.}$$

$$D(X) = \sum X_i^2 / n - X_c^2 = 167,32 \text{ и } \sigma_x = 12,94;$$

$$D(Y) = \sum Y_i^2 / n - Y_c^2 = 306,19 \text{ и } \sigma_Y = 17,50; \sigma_x - \sigma_Y = -4,56.$$

Специфика образования централизованного государства в Швеции связана с борьбой против Кальмарской унии, согласно которой «три скандинавских государства - Дания, Швеция и Норвегия (в составе Швеции также Финляндия, в составе Норвегии - Исландия) - находились под властью датского монарха» [Рыжов, с. 210]. Регенты, правившие Швецией, с переменным успехом стремились к самостоятельности.

Заметим себе, что добившийся самостоятельности Густав I Ваза, правивший в очень бурное время, сумел продержаться у руля власти целых 37 лет, всякий раз в момент острого кризиса, находя возможность понизить градус общественного возмущения или направить его в нужное русло. И после обретения самостоятельности Швеция неоднократно конфликтует с Данией, ведёт агрессивную внешнюю политику по отношению к своим ближайшим соседям, участвует в тридцатилетней войне.

Таблица 8

№	Правитель и годы жизни	Срок жизни X <sub>i</sub>	Срок и годы правления Y <sub>i</sub>	X <sub>i</sub> Y <sub>i</sub>	X <sub>i</sub> <sup>2</sup>	Y <sub>i</sub> <sup>2</sup>	Зн. X <sub>i</sub>	Зн. Y <sub>i</sub>
1	Стен Стуре Старший (1440-1503)	63	29 (1470-1497) (1501-1503)	1827	3969	841	+	+
2	Ганс (Юхан II) (1455-1513)	58	4 (1497-1501)	232	3364	16	+	-
3	Сванте Нильссон (1460-1512)	52	7 (1504-1511)	364	2704	49	-	-
4	Стен Стуре Младший (1492-1520)	28	8 (1512-1520)	224	784	64	-	-
5	Кристиан II (1481-1559)	78	3 (1520-1523)	234	6084	9	+	-
6	Густав I Ваза (1496-1560)	64	37 (1523-1560)	2368	4096	1369	+	+
7	Эрик XIV (1578-1637)	59	8 (1560-1568)	472	3481	64	+	-
8	Юхан III (1537-1592)	55	24 (1568-1592)	1320	3025	576	+	+
9	Сигизмунд (1566-1632)	66	7 (1592-1599)	462	4356	49	+	-
10	Карл IX (1550-1611)	61	12 (1599-1611)	732	3721	144	+	-
11	Густав II Адольф (1594-1632)	38	21 (1611-1632)	798	1444	441	-	+
12	Кристина (1626-1689)	63	22 (1632-1654)	1386	3969	484	+	+
13	Карл X Густав (1622-1660)	38	6 (1654-1660)	228	1444	36	-	-
14	Карл XI (1655-1697)	42	37 (1660-1697)	1554	1764	1369	-	+
15	Карл XII (1682-1718)	36	21 (1697-1718)	756	1296	441	-	+
16	Ульрика Элеонора (1688-1741)	53	1 (1719-1720)	53	2809	1	-	-
17	Фредрик I (1676-1751)	75	31 (1720-1751)	2325	5625	961	+	+
18	Адольф Фредрик (1710-1771)	61	20 (1751-1771)	1220	3721	400	+	+
19	Густав III (1746-1792)	46	21 (1771-1792)	966	2116	441	-	+
20	Густав IV Адольф (1778-1837)	59	17 (1792-1809)	1003	3481	289	+	-
21	Карл XIII (1748-1818)	70	9 (1809-1818)	630	4900	81	+	-
22	Карл XIV Юхан (1763-1844)	81	26 (1818-1844)	2106	6561	676	+	+
23	Оскар I (1791-1859)	68	25 (1844-1859)	1700	4624	625	+	+
24	Карл XV (1826-1872)	46	13 (1859-1872)	598	2116	169	-	-
25	Оскар II (1829-1907)	78	35 (1872-1907)	2730	6084	1225	+	+
	Σ	1375	434	26288	87538	10820		

X<sub>c</sub> = 55; Y<sub>c</sub> = 17,36; коэффициент корреляции r = 0,39.

Вычисление остальных параметров (они приведены в соответствующей строке итоговой таблице), проверку по критерию Стьюдента предоставляем читателю.

Дания - могущественная страна раннего и развитого средневековья, под властью которой неоднократно оказывалась вся Северная Европа, в 1397 году при королеве Маргрете возглавила Кальмарскую унию: союз Дании, Швеции и Норвегии. Однако к началу XVI века он столкнулась с упорным сопротивлением своему владычеству со стороны Швеции, вышедшей из унии в 1520 году. Далее Дания утрачивает свои ведущие позиции в Европе. Начинается более или менее размеренная политическая жизнь. Даже имена правителей Дании изменяются очень мало на протяжении весьма длительного срока

**Таблица 9**

№	Правитель и годы жизни	Срок жизни $X_i$	Срок правления $Y_i$	$X_i Y_i$	$X_i^2$	$Y_i^2$	Зн. $X_i$	Зн. $Y_i$
1	Ганс (1455-1513)	58	32 (1481-1513)	1856	3364	1024	-	+
2	Кристиан II (1481-1559)	78	10 (1513-1523)	780	6084	100	+	-
3	Фредерик I (1471-1533)	62	10 (1523-1533)	620	3844	100	+	-
4	Кристиан III (1503-1559)	56	25 (1534-1559)	1400	3136	625	-	-
5	Фредерик II (1534-1588)	54	29 (1559-1588)	1566	2916	841	-	+
6	Кристиан IV (1577-1648)	71	60 (1588-1648)	4260	5041	3600	+	-
7	Фредерик III (1609-1670)	61	22 (1648-1670)	1342	3761	484	-	-
8	Кристиан V (1646-1699)	53	29 (1670-1699)	1537	2809	841	-	+
9	Фредерик IV (1671-1630)	59	31 (1699-1730)	1829	3481	961	-	+
10	Кристиан VI (1699-1746)	47	16 (1730-1746)	752	2209	256	-	-
11	Фредерик V (1723-1766)	43	20 (1746-1766)	860	1849	400	-	-
12	Кристиан VII (1749-1808)	59	42 (1766-1808)	2478	3481	1764	-	+
13	Фредерик VI (1768 -1839)	71	31 (1808-1839)	2201	5041	961	+	+
14	Кристиан VIII (1786-1848)	62	9 (1839-1848)	558	3844	81	+	-
15	Фредерик VII (1808-1863)	55	15 (1848-1863)	825	3025	225	-	-
16	Кристиан IX (1818-1906)	88	43 (1863-1906)	3784	7744	1849	+	+
17	Фредерик VIII (1843-1912)	69	6 (1906-1912)	414	4761	36	+	-
$\Sigma$		1046	430	27062	66390	12299		

В результате расчётов получим  $X_e = 61,53$ ;  $Y_e = 25,29$ ;  $r = 0,36$ ;  $k_e = -0,18$ ;  $\sigma_x = 10,92$ ,  $\sigma_Y = 9,16$ .

Постоянство Дании находит своё выражение в том, что она оказывается чемпионом в средней продолжительности сроков правления среди всех анализируемых нами стран.

Польша даёт нам пример своеобразной дворянской республики с выборными королями. Подсчёт мы начинаем с четвёртого представителя династии Ягеллонов Яна I Ольбрахта, правившего на рубеже XV - XVI века и заканчиваем Фридрихом Августом в дни Наполеона, считавшегося правителем Польши.

Анна Ягеллонка была соправительницей своего мужа, но реальной властью располагал её муж Стефан Баторий, поэтому год, отводимый нами на её правление, это как бы год бескоролевья, ибо власть осуществлялась другими. Август II Сильный и Станислав Лещинский дважды приходили к власти в различные периоды времени. В целом же престол Польши - всегда был точкой приложения международных сил, и очередной правитель часто оказывался лишь названием их равнодействующей. Несмотря на то, что существенная часть польских земель вошла в XIX веке в Российскую империю, мы не рассматриваем российских царей как правителей Польши.

**Таблица 10**

№	Правитель государства	Годы жизни	Годы правления
1	Ян I Ольбрахт	1459-1501	1492-1501
2	Александр Ягеллон	1461-1506	1501-1505
3	Сигизмунд I Старый	1467-1548	1505-1548
4	Сигизмунд II Август	1520-1572	1548-1572
5	Генрих Валуа	1551-1610	1573-1574
6	Анна Ягеллонка	1523-1596	1575-1576
7	Стефан Баторий	1533-1586	1575-1586
8	Сигизмунд III Ваза	1566-1632	1587-1632
9	Владислав IV	1595-1648	1632-1648
10	Ян II Казимир	1609-1672	1648-1668
11	Михаил Корибут Вишневецкий	1640-1673	1669-1673
12	Ян III Собеский	1629-1696	1673-1696
13	Август II Сильный	1670-1733	1697-1704, 1709-1733
14	Станислав Лещинский	1677-1766	1704-1709, 1733-1734
15	Август III	1696-1763	1734-1763
16	Станислав Август Понятовский	1732-1798	1764-1795
17	Фридрих Август I	1750-1827	1807-1812

Предлагаем читателю самостоятельно проделать расчёты. Результаты показаны в соответствующей строке сводной таблицы.

Огромное влияние на Европейскую политику, начиная с XIV века оказывает формирующаяся Османская империя. Она захватывает Константинополь, подчиняет южнославянские народы, угрожает империи Габсбургов, воюет с Венецией и Испанией, Польшей и Московским государством. Но, как часто это бывает, страна сама становится жертвой своих собственных завоеваний. Турция знает необычайно острую и кровавую борьбу вокруг трона, вызванную и внутренней неустойчивостью и многочисленностью наследников султанов от их жён и наложниц.

Оставляем расчёты на самостоятельную работу читателя. Отметим, что Мурад V считался правителем всего 3 месяца, а затем был объявлен сумасшедшим. Поэтому при расчётах мы считали период его царствования нулевым. Результаты приведены в последней строке итоговой таблицы. Отметим, что средний срок жизни правителя и у этой, уже азиатской страны оказался больше, чем в России. Но средний срок пребывания у власти в Турции, как и следовало ожидать, оказывается минимальным.

**Таблица 11**

№	Правитель государства	Годы жизни	Годы правления
1	Баязед II	1497-1512	1481-1512
2	Селим I	1467-1520	1512-1520
3	Сулейман I	1495-1566	1520-1566
4	Селим II	1524-1574	1566-1574
5	Мурад III	1546-1595	1574-1595
6	Мехмед III	1568-1603	1595-1603
7	Ахмед I	1590-1617	1603-1617
8	Мустафа I	1591-1639	1617-1618, 1622-1623
9	Асман II	1604-1622	1618-1622
10	Мурад IV	1612-1640	1623-1640
11	Ибрагим I	1615-1648	1640-1648
12	Мехмед IV	1642-1693	1648-1687
13	Сулейман II	1642-1691	1687-1691
14	Ахмед II	1643-1695	1691-1695
15	Мустафа II	1664-1703	1695-1703
16	Ахмед III	1673-1736	1703-1730
17	Махмуд I	1696-1754	1730-1754
18	Асман III	1699-1757	1754-1657
19	Мустафа III	1717-1774	1757-1773
20	Абдул-Хамид I	1775-1789	1773-1789
21	Селим III	1761-1808	1789-1807
22	Мустафа IV	1779-1808	1807-1808
23	Махмуд II	1785-1839	1808-1839
24	Абдул-Меджид	1823-1861	1839-1861
25	Абдул-Азиз	1830-1876	1861-1876
26	Мурад V	1840-1904	1876
27	Абдул-Хамид II	1842-1918	1876-1909
28	Мехмед V	1844-1918	1909-1918
29	Мехмед VI	1861-1926	1918-1922
30	Абдул-Меджид II	1868-1944	1922-1924

### 3. Итоговая таблица

Результаты наших исследований коэффициента корреляции по двум формулам для различных стран сведены в Таблицу 12. Под Австрией в таблице обозначена «Священная Римская империя» и Австро-Венгерская империя.

**Таблица 12**

Страна	Средняя продолжительность жизни	Средняя продолжительность правления	Разница средних квадратических отклонений	Коэффициент корреляции $r$	$k_c$ по Фехнеру
Россия	45,83	16,45	0,53	0,65	0,5
Франция	52,76	17,14	1,92	0,39	0,33
Германия	66,41	23,25	0,84	0,22	0,67
Англия	59,44	22,94	-3,52	0,68	0,11
Испания	55	22,89	0,39	0,52	0,33
Португалия	51,59	19,86	9,47	0,018	-0,09
Австрия	56,84	22,58	-4,56	0,74	0,26
Швеция	55	17,36	10,36	0,39	0,16
Дания	61,53	25,59	1,76	0,36	-0,18
Польша	61,71	17,76	4,6	0,23	0,53
Турция	51,2	14,77	2,47	0,30	0,2

Подведём некоторые итоги. Наше естественное предположение о связи сроков жизни и сроков правления монархов и замещающих их лиц оказалось верным в форме слабой связи ( $r < 0,3$ ) для двух стран; умеренной ( $0,3 < r < 0,5$ ) - для трёх стран; заметной ( $0,5 < r < 0,7$ ) - для четырёх стран; сильной ( $0,7 < r < 0,8$ ) - для одного государства. Отсутствует связь для Португалии.

Ясно видны особенности России, у которой коэффициент корреляции между жизнью правителя и годами его правления оказывается почти самым высоким, а среднее время жизни и средний период правления самыми малыми в Европе. По сумме обоих коэффициентов Россия занимает первое место. У России минимальная разница средних квадратических отклонений сроков жизни и сроков правления. Это математическое обоснование народного вздоха, высказанного в «Борисе Годунове» у А. С. Пушкина. «О, боже мой, кто будет нами править?» [Пушкин, т. 4, с. 188]. Только для России выполняется условие достаточно вероятной связи двух исследуемых величин, подтверждается эта взаимосвязь и по критерию Стьюдента. «Недожившие» или рано умиравшие правители в России иногда воскресали в виде самозванцев. Конечно, по средней продолжительности жизни правителей страны мы не можем судить о средней продолжительности жизни вообще. Однако диахронической оценка средней продолжительности жизни самого верхнего слоя показывает, что низкая продолжительность жизни человека в России была всегда, это было её какой-то наследственной социальной болезнью ещё до эпохи войн и революций XX века. И ведь никак не скажешь, что правители жили плохо или что насилиственная смерть в борьбе за власть была правилом, а не исключением. Скорее всего, грубоватая поговорка «по Сеньке и шапка» действует и в этом случае. Каким-то образом, краткость жизни простолюдина царской России отозвалась на сроках жизни его правителей.

Самой высокой  $r$  корреляция оказывается в «Священной Римской империи» и Австрийской империи, а также в Англии. В одном случае зачастую нереальная власть, в другом - король играл гораздо меньшую правящую роль, чем, скажем, парламент и премьер-министр. Поэтому здесь в большей мере осуществилось правило, кто больше жил, тот больше и правил.

Наименьший коэффициент по обеим моделям обнаруживается в Португалии, и это соответствует «трудному» утверждению абсолютизма в этой стране. Более детальное рассмотрение вопроса, кто правил и кто сколько жил, требует более глубокого погружения в историю каждой отдельной страны. Разумеется, наше исследование дает лишь самый внешний рисунок соотношения личности и истории.

Надо иметь в виду и то, что коэффициент корреляции не выражает степени влияния факторного признака на результативный. В нашем случае - степени влияния времени жизни правителя на время правления. В статистике принято вводить еще коэффициент детерминации:  $D = r^2 \cdot 100\%$

Для России  $D = 0,65^2 \cdot 100\% = 42,25\%$ . Это означает, что время правления правителя лишь на 42,25% зависит от срока его жизни, а на 57,75% оно зависит от других факторов. Например, для Франции  $D = 14,44\%$ , Германии - 29,16%, Англии - 46,24%, Испании - 10,89%, Португалии - 0,0324%.

#### 4. Негауссовость социальных распределений

Для целого ряда явлений мира природы нормальное или гауссово распределение является вполне естественным. Хорошо известен прибор Фрэнсиса Гальтона (1822-1911), «представляющий собой ящик или наклонную доску. Вверху прибора - воронка, внизу - перегородки, образующие несколько отделений. Пространство между воронкой и отделениями занято рядами игл, расположенных в шахматном порядке» [Турецкий, с. 382].

Если высыпать в воронку крупинки пшена, риса или вообще мелкие шарики с диаметром меньшим расстояния между иглами, то в результате многих столкновений с иглами, высыпаемое своими верхними очертаниями будет подобна кривой плотности нормального распределения. В результате воздействия многих столкновений и изменений направления движения попадание в средние отделения оказывается максимально вероятным, а в более далёкие - менее вероятным.

А теперь давайте покажем на нашем элементарном уровне, что такое социальное явление как срок жизни правителя страны не подчиняется нормальному распределению. Для этого вспомним об интервальных оценках.

«Доверительный интервал для оценки математического ожидания случайной величины  $X$  с заданной надёжностью  $\gamma$  в случае нормального распределения определяется на основе неравенств:

$$X_c - z\sigma_x / \sqrt{n} < M_x < X_c + z\sigma_x / \sqrt{n},$$

где  $z$  - значение аргумента функции Лапласа, получаемое из таблиц  $<\dots>$  с учётом того, что  $\Phi(z) = \gamma / 2, \sigma_x$  - известное среднее квадратичное отклонение или его оценка,  $n$  - объём выборки» [Сборник задач, с. 365].

Зададимся надёжностью 0,95. Тогда  $\gamma / 2 = 0,475$ . По таблице для функции Лапласа находим аргумент  $z = 1,96$ . Теперь применим вышеуказанное неравенство к данным срока жизни правителей России.

У нас  $n = 24, X_c = 45,83; \sigma_x = 13,17$ . Имеем  $45,83 - 1,96 \cdot 13,17 / 4,9 < M_x < 45,83 + 1,96 \cdot 13,17 / 4,9$ , то есть  $45,83 - 5,27 < M_x < 45,83 + 5,27$ , или  $40,56 < M_x < 51,1$ .

Это означает, что с вероятностью 9 % годы жизни правителей в случае их нормального распределения должны попасть в только что вычисленный интервал. Мы расширим его до целых значений, пусть скажем  $40 < M_x < 52$ . Сколько же правителей из 24 попали в этот интервал? Вернёмся к Таблице 1а. Оказывается их только 10 из 24, что составляет 41,7%.

Для Франции у нас есть возможность оценить этот показатель дважды. В какую сторону ведут реальные уточнения, делают ли они историю более гауссовой или негауссовой (можно бы сказать более нормальной или менее нормальной, но вы знаете, что это была реальная борьба за власть). Итак, с учётом только королей и императоров для Франции имеем:  $X_c = 52,75; \sigma_x = 18,178, n = 16$ . С той же степенью надёжности получим неравенство:  $52,75 - 1,96 \cdot 18,18 / 4 < M_x < 52,75 + 1,96 \cdot 18,18 / 4$ , то есть  $43,84 < M_x < 61,66$ . В целых это  $43 < M_x < 62$ . Посмотрим таблицу 2а. В наш диапазон попадают только 4 правителя из 16, это ровно 25%. Это такой низкий процент, что, кажется, реальности некуда деться, кроме как улучшить этот результат.

Теперь перейдём к уточнениям, которые внесла борьба за власть.  $X_c = 52,76; \sigma_x = 16,55; n = 21$ . Имеем неравенство:  $52,76 - 1,96 \cdot 16,55 / 4,58 < M_x < 52,76 + 1,96 \cdot 16,55 / 4,58$ , то есть  $45,68 < M_x < 59,84$ . Теперь в диапазон  $45 < M_x < 60$  попали (см. Таблицу 2в) 6 правителей из 21. Это 28,57%. Малое приближение к нормальности всё-таки есть. Вы можете продолжить этот численный эксперимент, заметив, что с 1559 и до 1589 года Екатерина Медичи, по существу, командовала своими царственными сыновьями, учтя каким-то образом годы Регентства и Директории во Франции в XVIII веке, второй республики 1848-1852. Это, так сказать, «новые иглы» в ящике Гальтона, приближение к реальности политической жизни. Проверьте сами, что для Германии округлённый до целых диапазон  $58 < M_x < 75$ , и в него попадают только 4 правителя из 12, это 33,3 %. Аналогичные вычисления мы проводим и для других стран и убеждаемся, что только в Польше распределение сроков жизни правителей едва не дотягивает до половины нормального.

С чем это связана эта негауссовость? Возможно, с постепенным ростом средней продолжительности жизни к концу рассматриваемого нами периода.

Рост срока правления должен оказаться более случайной величиной. Он попросту меньше, а, кроме того, у поданных с течением времени наблюдается всё меньшее желание признавать безоговорочную монаршую власть. То есть, казалось бы, чистая случайность там должна бы проявить себя в полной мере. Проверим и срок правления на нормальность распределения. Для России  $n = 24, Y_c = 16,45; \sigma_Y = 12,64$ . Диапазон (11,4; 21,5). Расширение до целых даёт (11,22). Но, увы, в этом интервале оказываются только 3 правителя из 24, т.е. 12,5 %. Итак, для России мы наблюдаем не рост гауссости, а её понижение. Это же положение ве-щей оказывается верным для большинства исследуемых нами стран.

Для Франции королей и императоров  $n = 16, Y_c = 22,5; \sigma_Y = 18,18$ , ввиду практического совпадения дисперсий получаем тот же размер интервала, что и для срока правления - 8,91 лет. Диапазон целых (12,32), в нём - 7 правителей из 16, т.е. 43,8%.

Для уточнённой истории правлений  $n = 21, Y_c = 17,14; \sigma_Y = 14,63$ . Диапазон целых (10,24) содержит 10 сроков правлений или 47,6 %. Мы видим, что реальные уточнения обстоятельств правления всё-таки, хотя и очень медленно, играют в сторону нормального распределения.

Для Германии диапазон целых (15,31), в него попадают 7 из 12 правителей, т.е. 58,3%. Для Англии - интервал (15,31) попадают 4 правителя из 18-22,2%. То есть происходит понижение. Та же картина и в Дании. Интервал (20,30) - 4 правителя из 17 или 23,5%. Данные для остальных стран приведены ниже.

Давно замечено, что «в социальной сфере непосредственное определение зависимостей между переменными оказывается неэффективным (имеет место примат распределений над зависимостями)» [Хайтун, с. 157]. Однако ещё одна особенность России и здесь выступает довольно наглядно. У неё - одно из самых негауссовых распределений сроков правления. Окончательные итоги по гауссовости подведём Таблицей 12а. Негауссовость можно определить как абсолютную или относительную разность между гауссовостью и ожидаемыми 95 процентами нормального ожидания. В последней графе мы вычисляем относительную негауссовость сроков правлений по формуле:  $(95 - g) / 95$ .

Таблица 12а

Страна	$\sigma_x$	$\sigma_y$	Гауссовость сроков жизни %	Гауссовость сроков правлений %	Относительная негауссовость сроков правлений
Россия	13,17	12,64	41,7	12,5	0,87
Франция	16,55	14,63	28,57	47,6	0,50
Германия	13,69	12,85	33,3	58,3	0,39
Англия	13,8	17,32	27,8	22,2	0,77
Испания	16,11	15,72	33,33	22,2	0,77
Португалия	20,36	10,89	29,4	36,36	0,62
Австрия	12,94	17,5	42,1	31,58	0,67
Швеция	21,82	11,46	40,0	28,0	0,71
Дания	10,92	9,16	35,3	23,5	0,75
Польша	13,96	9,36	47,1	17,64	0,81
Турция	14,55	12,08	27,0	20,0	0,79

Обращает на себя внимание близость гауссовой России и Польши. С учётом десятых долей без расширения интервала до целых близость будет ещё более разительной. У Польши получается интервал (13,31; 22,21). Расчёты проведены для интервала (13,23), а если взять (13,22), то в этот интервал попадут только 2 правителя из 17, что даёт 11,76%. В интересующую нас эпоху это два сильно взаимодействующих государства. Они выставляют своих претендентов на корону соседнего государства, поддерживают тех или иных ставленников, влияют на продолжительность срока правления лиц, пришедших к власти.

##### 5. История неспокойных времён и статистика

Обращаясь к истории России «бунташного» XVII века, мы получим другой коэффициент корреляции. Обращаясь к микромасштабу историческом плане, в нижеследующей таблице мы учитываем «дробный» период власти с 1610 по 1612 год и вычисляем коэффициент  $r$ . Возраст Лжедмитрия II мы определяем примерно в 30 лет, период правления в  $\frac{1}{2}$  года (от насильственного постижения Василия Шуйского в монахи до смерти самозванца), учитываем семибоярщину, считая ее за одного боярина с периодом правления равной  $2/7$  и временем жизни в 50 лет, что близко среднему параметру. Мы начинаем с Бориса Годунова и заканчиваем царевной Софьей.

Таблица 13

№	Правитель государства	Годы жизни	Время жизни X	Годы правления / срок правления
1	Борис Годунов	1552-1605	53	1598-1605 / 7
2	Лжедмитрий I	1583-1606	23	1605-1606 / 1
3	Василий Шуйский	1553-1612	59	1606-1610 / 4
4	Лжедмитрий II	?	$\approx 30$	1610 / ( $\frac{1}{2}$ )
5	Семибоярщина	?	$\approx 50$	1610-1612 / (2/7)
6	Михаил Фёдорович	1596-1645	49	1613-1645 / 32
7	Алексей Михайлович	1629-1676	47	1645-1676 / 31
8	Фёдор Алексеевич	1661-1682	21	1676-1682 / 6
9	Царевна Софья	1657-1704	47	1682-1689 / 7

Как видно из расчётной Таблицы 13а средние значения данных:  $X_c = 379/9 = 42,11$ ;  $Y_c = 88,79/9 = 9,87$ . После обычных расчётов получим коэффициент корреляции:  $r = 0,30$ .

Таблица 13а

№	Время жизни $X_i$	Время правления $Y_i$	$X_i Y_i$	$X_i^2$	$Y_i^2$
1	53	7	371	2809	49
2	23	1	23	529	1
3	59	4	236	3481	16
4	30	1/2	15	900	1/4
5	50	2/7	100/7	2500	4/49
6	49	32	1568	2401	1024
7	47	31	1457	2209	961
8	21	6	126	441	36
9	47	7	329	2209	49
$\Sigma$	379	88,79	4149,29	17470	2136,33

Второе небывалой остроты смутное и мятежное время Россия пережила в XX веке. В пореволюционной России XX века реальной властью пользовались генеральные секретари компартии, а затем президенты. Произведем расчет коэффициента корреляции для них. Время равновесия Хрущева и Маленкова с 1953 по 1955 года по формальным признакам мы считаем «маленковским». Здесь условно мы определяем продолжительность жизни М.С. Горбачёва в 80 лет, но желаем ему здравствовать и далее (до возрождения в том или ином качестве Советского Союза, который он так неразумно погубил).

После обычных вычислений находим (см. расчётную Таблицу 14):  $r = 0,09$ . Как и ожидалось, коэффициент корреляции очень невысок. Если мы найдем еще коэффициент детерминации, то он окажется равным  $D=0,81\%$ .

Сроки жизни властителя и время его правления оказались почти никак не связанными. Всё это иллюстрирует как раз хаотичность истории XX века в целом, хотя, казалось бы, большие сроки правления некоторых лидеров (Сталина и Брежнева) могли бы создать впечатление политической устойчивости, но коэффициент корреляции оказывается практически нулевым. Можно сказать, что число лет жизни и число лет пребывания на вершине государственной власти оказались никак не связанными. Перелом особенно заметен, если мы сравним результат с коэффициентом корреляции для самодержавной России XVI-начала XX века  $r = 0,65$ .

Таблица 14

Правитель	Время жизни $X_i$	Время правления $Y_i$	$X_i Y_i$	$X_i^2$	$Y_i^2$
Ленин	54	7	378	2916	49
Сталин	74	29	2146	5476	841
Маленков	86	2	172	7396	4
Хрущев	77	9	693	5929	81
Брежnev	76	18	1368	5776	324
Андропов	70	2	140	4900	4
Черненко	74	1	74	5476	1
Горбачёв	80	6	480	6400	36
Ельцин	76	9	684	5776	81
$\Sigma$	667	82	6135	50045	1421

Итак, в целом ряде случаев коэффициент корреляции сроков жизни и правлений оказывается количественной характеристикой сообщающей нам о качественной стороне истории России и ряда других стран. По сравнению с высоким общим коэффициентом взаимосвязи сроков жизни и правлений монархической России этот же коэффициент для бурных исторических времён оказывается заметно ниже.

#### Список использованной литературы

- 1. Всемирная история:** в 24 т. / А. Н. Бадак, И. Е. Войнич, Н. М. Волчек и др. Минск: Литература, 1996-1997. Вторая мировая война.
- 2. История Европы:** в 8 т. М.: Наука, 1993. Т. 3. От средневековья к новому времени (конец XV-первая половина XVII в.). 656 с.
- 3. Муратов И. А.** Сто великих авантюристов [Электронный ресурс]. URL: <http://bibliotekar.ru/100avant/index.htm>
- 4. Пушкин А. С.** Собр. соч.: в 10 т. М.: Худож. лит., 1974-1978.
- 5. Рыжов К.** Все монархи мира. Западная Европа. М.: Вече, 1999. 656 с.
- 6. Сборник задач по высшей математике для экономистов:** учеб. пособие / под ред. В. И. Ермакова. 2-е изд., испр. М.: ИНФРА-М., 2008. 575 с.
- 7. Толстой Л. Н.** Собр. соч.: в 20 т. М.: Худож. лит., 1960-1965.
- 8. Турецкий В. Я.** Математика и информатика. 3-е изд., испр. и доп. М.: Инфра, 2006. 560 с.
- 9. Хайтун С. Д.** Феномен человека на фоне универсальной эволюции. М.: КомКнига, 2005. 536 с.