Солоник М. В.

ИЗУЧЕНИЕ УРАВНЕНИЙ РАЗВЕТВЛЕНИЯ В РАМКАХ СПЕЦКУРСА "ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ"

Адрес статьи: www.gramota.net/materials/1/2008/1/80.html

Источник

Альманах современной науки и образования

Тамбов: Грамота, 2008. № 1 (8). С. 192-195. ISSN 1993-5552.

Адрес журнала: www.gramota.net/editions/1.html

Содержание данного номера журнала: www.gramota.net/materials/1/2008/1/

построения и обработки графиков. В указания также входят контрольные задания для самостоятельной работы по практическим занятиям (по три контрольных работы в семестре) для студентов каждой группы из расчета, что число учебных групп - 3), требования к их выполнению и оформлению; перечень экзаменационных вопросов в первом и во втором семестрах; рекомендуемую литературу. Общий объём методических указаний - 38 машинописных листов.

В настоящее время идет интенсивная работа по реформированию образования, причем одно из основных направлений реформирования - это совершенствование учебно-воспитательного процесса, его интенсификация на основе новых образовательных технологий. Повышение требований к оптимизации учебного процесса, объективности в отборе абитуриентов и контроля процесса обучения привело в последние годы к значительной активизации работы по применению тестов в средних и высших учебных заведениях.

С учетом накопленного опыта комплексное тестирование по физике на выпускных экзаменах в школе (составная часть единого государственного экзамена) стало применяться повсеместно. С другой стороны, тестирование как форма текущего, рубежного и итогового контроля знаний студентов, их самостоятельной работы, успешно применяется в вузах.

Автор имеет многолетний опыт применения тестов для контроля самостоятельной работы и усвоения студентами пройденного материала. В настоящее время опубликованы три сборника тестовых заданий по следующим разделам физики: Механика, Молекулярная физика и термодинамика, Электростатика и постоянный ток. По остальным разделам курса общей физики сборники подготовлены и находятся в печати.

Сборники тестовых заданий составлены в соответствии с программой общего курса физики для высших технических учебных заведений.

Контрольные материалы сборников позволяют определить уровень усвоения студентами учебного материала по физике: содержание физических понятий, явлений, постулатов и законов физики, области их применения; умения использовать физические законы и математический аппарат для решения конкретных задач. В сборниках использован метод выборочного ответа - на каждый вопрос или задачу дано четыре ответа, из которых один является верным. Остальные три ответа имеют определенный физический смысл, но не служат ключом для предлагаемого вопроса. Ключи к вопросам в сборниках не приводятся, поскольку они очень быстро становятся известны студентам и проведение контроля усвоения учебного материала по данным сборникам в дальнейшем бесцельно.

Практика использования тестов в учебном процессе показала, что оптимальное количество ответов на каждый вопрос - четыре. Конечно, с увеличением числа ответов снижается вероятность угадывания, так, при четырех ответах она составляет 25 %, а при пяти - 20 %, но увеличение числа ответов усложняет работу студента над тестом, резко увеличивает трудозатраты преподавателя на составление тестовых заданий.

Материалы сборников используются для составления пакетов заданий по проверке остаточных знаний. В настоящее время по каждому разделу физики составлены пакеты заданий, состоящие из 30 вариантов по 12 вопросов в каждом. Кроме этого, составлены пакеты заданий для проведения экзаменов в первом и во втором семестрах. В каждом из 30 вариантов имеется по 40 вопросов, охватывающих весь материал, выносимый на экзаменационную сессию. Проверка результатов тестирования осуществляется при помощи дешифраторов, доступ к которым имеется только у экзаменатора.

Метод тестирования как форма контроля самостоятельной работы и усвоения знаний студентов более объективен по сравнению с традиционными методами, на его проведение требуется меньше времени. Как показало анкетирование студентов, проведенное автором, при указанном методе уменьшается влияние таких факторов как взаимоотношения преподавателя и студента, лояльность или строгость преподавателя, субъективизм и т.д. Тестирование эффективно, оно позволяет охватить весь материал, вынесенный на контроль самостоятельной работы; метод тестирования стимулирует систематическую и планомерную деятельность преподавателя и студентов.

ИЗУЧЕНИЕ УРАВНЕНИЙ РАЗВЕТВЛЕНИЯ В РАМКАХ СПЕЦКУРСА «ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Солоник М. В.
ГОУ ВПО «Соликамский государственный педагогический институт»

На спецкурсе по интегральным уравнениям, читаемом автором статьи в Соликамском государственном педагогическом институте рассматривается один из трудных вопросов теории уравнений разветвления некоторых систем интегральных уравнений, а именно: вычисление коэффициентов названных уравнений. Это делается с целью знакомства студентов математического факультета с одним из актуальных вопросов современно науки. Ниже приведем фрагмент теории изучаемого материала.

Рассмотрим нелинейную систему интегральных уравнений

$$u_i(x) = \mu \int_0^1 \sum_{j=0}^{n} K_{ij}(x,s) f_j(s, u_0(s), \ldots, u_n(s)) ds, i = \overline{o,n} \quad . \qquad (1)$$

Здесь K_{ij}, f_j и параметр μ вещественны. Допустим, что при $\mu = \mu_0$ существует вещественное решение этой системы u_i^0, $i = \overline{o,n}$ для которого выполняется условие (2)

$$f_i(s,u_0^0(s)+v_0(s),...,u_n^0(s)+v_n(s))=\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{n}A_{kl}^j(s)v_l^k(s), \quad j=\overline{o,n}, \qquad (2)$$

причем данные ряды равномерно и абсолютно сходятся при $s\in[0;1]$ и достаточно малых $|v_l(s)|$, $l=\overline{o,n}$.

В системах (1) и (2) ядра K_{ij} считаем непрерывными по совокупности своих переменных в области $x\in[0;1]$, $s\in[0;1]$, а $A_{kl}^j(s)$ непрерывными на отрезке [0;1], причем на отрезке [0; 1] $A_{1l}^j(s)\not\equiv 0$ одновременно для всех $j=\overline{o,n}$; $l=\overline{o,n}$.

Исследуя вопрос о продолжаемости по параметру решения системы (1), положим $u_i=u_i^0+v_i$, $i=\overline{o,n}$; $\mu=\mu_0+\lambda$, и будем искать систему непрерывных на [0;1] функций $v_i(s)$, $i=\overline{o,n}$, удовлетворяющих полученной системе и стремящихся к нулю при $\lambda\to 0$.

После этой постановки и учитывая, что u_i^0, $i=\overline{o,n}$ есть решение системы (1) при $\mu=\mu_0$, система (1) после преобразований примет вид:

$$v_i(x)-\mu_0\sum_{l=0}^{n}\int_0^1 v_l(s)\sum_{j=0}^{n}K_{ij}(x,s)A_{1l}^j(s)ds=$$

$$=\sum_{l=0}^{n}\int_0^1\left[\lambda\left(\sum_{j=0}^{n}K_{ij}(x,s)A_{0l}^j(s)+v_l(s)\sum_{j=0}^{n}K_{ij}(x,s)A_{1l}^j(s)+(\mu_0+\lambda)\sum_{k=2}^{\infty}v_l^k(s)\sum_{j=0}^{n}K_{ij}(x,s)A_{kl}^j(s)\right)\right]ds,$$

$i=\overline{o,n}$. (3)

Введем обозначения:

$$v(x)=\begin{cases}v_i(x-i), \text{ для } i<x\le i+1 \text{ при } i=\overline{1,n};\\ a \text{ при } i=0 \text{ для } 0\le x\le 1.\end{cases}$$

$F(x)=\{f_i(x-i)$ *для* $i<x\le i+1$ *при* $i=\overline{1,n}$; *а при* $i=0$ *для* $0\le x\le 1\}$.

$Q(x,s)=\{K_{ij}(x-i,s-j)\,A_{1l}^j(s-l)$ *для* $i<x\le i+1, l<s\le l+1$ *при* $i=\overline{1,n}$; $l=\overline{1,n}$;

а при $i=0$ *для* $0\le x\le 1$, *при* $l=0$ *для* $0\le s\le 1\}$.

Здесь f_i - правая часть i-го уравнения системы (3).

Теперь система (3) сведется к матричному уравнению:

$$v(x)=\mu_0\int_0^{n+1}Q(x,s)v(s)ds+F(x),\ 0\le x\le n+1. \qquad (4)$$

Рассмотрим случай, когда μ_0 является простым характеристическим числом ядра $Q(x,s)$. Пусть $\varphi_i(x)\not\equiv 0, i=\overline{o,n}$ решение однородной системы, соответствующей системе (3), а $\psi_i(x)\not\equiv 0, i=\overline{o,n}$ - решение присоединенной однородной системы. Тогда, обозначив через $\varphi(x)$ собственную функцию ядра $Q(x,s)$, а через $\psi(x)$ собственную функцию для присоединенного ядра, будем иметь следующую зависимость: $\varphi(x+i)=\varphi_i(x)$, $\psi(x+i)=\varphi_i(x)$, где $0<x\le 1$, когда $i=\overline{1,n}$, а при $i=0, 0\le x\le 1$.

Переход в (4) к ядру Шмидта и обозначая через $G(x,s)$ резольвенту для ядра $\mu_0Q(x,s)+\psi(x)\varphi(s)$, а затем снова переходя к системе, получим для определения $v_i(x), i=\overline{o,n}$ следующую систему:

$$(5)\quad v_i(x)=\sum_{l=0}^{n}\int_0^1[\lambda\ (\sum_{j=0}^{n}A_{0l}^j(s)p_{ij}(x,s)+\sum_{i=0}^{n}A_{1l}^j(s)p_{ij}(x,s)v_l(s))+$$

$$+(\lambda+\mu_0)\sum_{v=2}^{\infty}v_l^{\kappa}(s)\sum_{i=0}^{n}A_{\kappa l}^i(s)p_{ij}(x,s)]ds+\varphi_i(x)\cdot r,\ i=\overline{o,n},$$

$$\text{где } r=\sum_{i=0}^{n}\int_0^1\varphi_i(x)v_i(x)dx;\ \ p_{ij}(x,s)=K_{ij}(x,s)+\sum_{\rho=0}^{n}\int_0^1 G(x+i,s_1+\rho)\kappa_{\rho j}(s_1,s)\,ds_1. \quad (6)$$

Если теперь в системе (5) ввести обозначения $D_{\kappa l}^i(x,s)=\sum_{j=0}^{n}A_{\kappa l}^j(s)p_{ij}(x,s)$ (7), то система (5) будет иметь решение вида $v_i(x)=\sum_{\alpha+n\ge 1}r^{\alpha}\lambda^n N_{\alpha n}^j(x), i=\overline{o,n}$ (8), где $N_{\alpha n}^i(x)$ находятся точно таким же методом,

как и в работе Ш. А. Ахмедова «Исследование спектра одной нелинейной системы типа Гаммерштейна», а r определяется из уравнения раз ветвления

$$\sum_{\alpha=2}^{\infty} r^{\alpha} C_{\alpha 0} + \sum_{\alpha=0}^{\infty} r^{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^{n} C_{\alpha n} = 0 \quad (9),$$

$$где\ C_{\alpha n} = \sum_{i=0}^{n} \int_{0}^{1} \varphi_i(x) N_{\alpha n}^{i}(x) dx.$$

При этом сколько будет найдено значений для r, удовлетворяющих уравнению (9) и стремящихся к нулю при $\lambda \to 0$, столько непрерывных решений в малом стремящихся к нулю при $\lambda \to 0$ будет иметь система (5).

Для облегчения вычисления коэффициентов уравнения разветвления (9) докажем *лемму.*

Лемма 1.

$$\sum_{i=0}^{n} \int_{0}^{1} \varphi_i(x) \sum_{j=0}^{n} A_{\kappa l}^{j}(s) p_{ij}(x,s) dx = \sum_{i=0}^{n} \int_{0}^{1} \psi_i(x) \sum_{j=0}^{n} A_{\kappa l}^{j}(s) K_{ij}(x,s) dx,\ где\ s \in [0;1],\ l = \overline{o,n}.$$

Доказательство. Введем обозначения:

$$Q_{\kappa}(x+i, s+l) = \sum_{j=0}^{n} K_{ij}(x,s) A_{\kappa l}^{j}(s);$$

$$M_{\kappa}(x+i, s+l) = \sum_{j=0}^{n} A_{\kappa l}^{j}(s) p_{ij}(x,s)$$

для $0 < x \le 1, 0 < s \le 1$ при $i = \overline{1,n}, l = \overline{1,n}$, а при $l = 0$, $i = 0$ для $s \in [0;1], x \in [0;1]$.

Теперь, применяя равенство (6), получим:

$$M_{\kappa}(x,s) = Q_{\kappa}(x,s) + \int_{0}^{n+1} G(x,s_1) Q_{\kappa}(s_1,s) ds_1,\ где\ 0 \le x \le n+1,\ 0 \le s \le n+1.$$

Так как ядро $G(x,s)$ имеет резольвенту $\mu_0 Q(x,s) + \psi(x)\varphi(s_1)$, то, считая s параметром, получим:

$$Q_{\kappa}(x,s) = M_{\kappa}(x,s) + \int_{0}^{n+1} [\mu_0 Q(x,s_1) + \psi(x)\varphi(s_1)] M_{\kappa}(s_1,s) ds_1,$$

откуда

$$Q_{\kappa}(x,s) - \int_{0}^{n+1} \psi(x)\varphi(s_1) M_{\kappa}(s_1,s) ds_1 = M_{\kappa}(x,s) + \int_{0}^{n+1} \mu_0 Q(x,s_1) M_{\kappa}(s_1,s) ds_1.$$

Из необходимого и достаточного условия для разрешимости полученного уравнения относительно $M_{\kappa}(x,s)$ будем иметь:

$$\int_{0}^{n+1} Q_n(x,s)\psi(x) dx - \int_{0}^{n+1} \int_{0}^{n+1} \psi^2(x)\varphi(s_1) M_{\kappa}(s_1,s) ds\, dx = 0$$

, и учитывая, что $\int_{0}^{n+1} \psi^2(x) dx = 1$, получим:

$$\int_{0}^{n+1} M_{\kappa}(x,s)\varphi(x) dx = \int_{0}^{n+1} Q_{\kappa}(x,s)\psi(x) dx$$

, откуда имеем:

$$\int_{0}^{n+1} M_{\kappa}(x,s+l)\varphi(x) dx = \int_{0}^{n+1} \psi(x) Q_{\kappa}(x,s+l) dx$$

, где $s \in [0;1], l = \overline{o,n}$.

Из последнего равенства окончательно получим:

$$\sum_{i=0}^{n} \int_{0}^{1} \varphi_i(x) \sum_{j=0}^{n} A_{\kappa l}^{j}(s) p_{ij}(x,s) dx = \sum_{i=0}^{n} \int_{0}^{1} \psi_i(x) \sum_{j=0}^{n} A_{\kappa l}^{j}(s) K_{ij}(x,s) dx$$

, где $s \in [0;1], l = \overline{o,n}$, что и требовалось показать. Применяя Лемму 1, вычислим несколько первых коэффициентов уравнения разветвления (9):

$$C_{01} = \sum_{i=0}^{n}\sum_{l=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\int_0^1\int_0^1 \psi_i(x) A_{0l}^j(s) K_{ij}(x,s)\,dx\,ds,$$

$$C_{02} = \sum_{i=0}^{n}\sum_{l=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\int_0^1\int_0^1 K_{ij}(x,s)\psi_i(x) N_{01}^l(s)\left[A_{1l}^j(s) + \mu_0 A_{2l}^j(s) N_{01}^l(s)\right]dx\,ds,$$

$$C_{20} = \sum_{i=0}^{n}\sum_{l=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\int_0^1\int_0^1 \mu_0 \psi_i(x) A_{2l}^j(s) K_{ij}(x,s)\varphi_l^2(s)\,dx\,ds,$$

$$C_{11} = \sum_{i=0}^{n}\sum_{l=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\int_0^1\int_0^1 K_{ij}(x,s)\psi_i(x)\varphi_l(s)\left[A_{1l}^j(s) + 2\mu_0 A_{2l}^j(s) N_{01}^l(s)\right]dx\,ds \text{ и т.д.}$$

В случае, когда $A_{0l}^j(s) = 0$ при всех $j = \overline{o,n}$, $l = \overline{o,n}$ и $s \in [0;1]$, $C_{\alpha 0}$ - не изменяются, $C_{on} \equiv 0$ при $n = \overline{1,\infty}$; $C_{\alpha n}$, когда $\alpha \neq 0, n \neq 0$ упрощаются, так, например,

$$C_{11} = \sum_{i=0}^{n}\int_0^1 \psi_i(x)\left[\sum_{l=0}^{n}\int_0^1\sum_{j=0}^{n} K_{ij}(x,s) A_{1l}^j(s)\varphi_l(s)\,ds\right]dx = \frac{1}{\mu_0}\sum_{i=0}^{n}\int_0^1 \psi_i(x)\varphi_i(x)\,dx$$

МАКРОСЕГМЕНТ КАК СТРУКТУРНО-ДИНАМИЧЕСКОЕ ПОНЯТИЕ

Суханов П. П.
Казанский государственный технологический университет

К фундаментальным явлениям науки о полимерах и характеризующим эти явления понятиям можно отнести следующие [1-3]:

1. *Полимер* - молекулярная структура *цепочечного* типа, образованная *многократным* повторением *одинаковых* (или близких по строению) элементов.

2. *Конфигурация* - фиксированное химическими связями пространственное положение атомов в молекуле.

3. *Конформация* - взаимная ориентация фрагментов молекулы различного масштаба, изменение которой *не требует* разрыва химических связей.

4. *Гибкость* - способность молекулы *изменять* свою геометрию (конформацию).

5. *Сегмент* - фрагмент молекулы *минимальной* длины, геометрия которого не зависит от геометрии (конформации) его соседей. Сегмент можно рассматривать как количественную меру гибкости полимерной цепи.

Первые два явления и соответствующие им понятия можно также отнести к структурно-химическим, а последние три - к структурно-физическим и (или) динамическим, причем четвертое и пятое применяются только в отношении полимеров.

При этом различают *ближний* и *дальний* конфигурационный порядок у макромолекулярной цепи, а также ближний, дальний конформационный порядок и конформацию макромолекулы в целом. Их можно разделить на два уровня в порядке увеличения пространственного масштаба.

Из анализа структурно-логической схемы базовых понятий науки о полимерах (Схема 1) следует, что конфигурационный и конформационный порядок II уровня (*крупномасштабный*) не имеет логического продолжения, аналогичного I (мелкомасштабному) уровню (понятиям гибкости и сегмента макромолекулярной *цепи*).

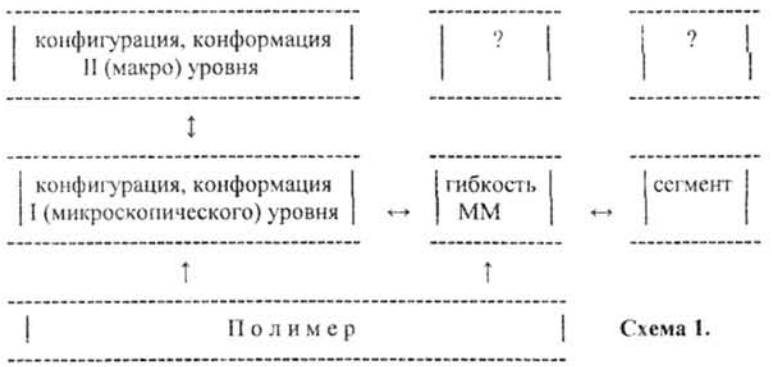

Схема 1.

При этом существует несогласованность между разными категориями понятий, характеризующих гибкость на *различных* масштабах. Это выражается в разделении понятия «сегмент» на «сегмент *термодинамический*» (идеальное понятие) и «сегмент *кинетический*» (операциональное понятие).